

Нумеричка математика

9.09.2013.

1. Методом итерације одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-5}$ најмањи позитиван коријен једначине $x - \operatorname{tg} x = 6$.
2.
 - a) Одредити Лагранжов интерполациони полином за функцију $f(x) = |x|$ ако су чворови интерполације у тачкама чије су апсцисе $x = -2, -1, 0, 1, 2$.
 - b) Израчунати максималну грешку апроксимације на сегменту $[-2, 2]$.

3. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-3}$ интеграл

$$\int_0^1 \frac{\sin x}{x^2 + 1} dx.$$

4. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0, 1/2]$ Кошијев проблем

$$y' = x^2 + \frac{1}{4}y^2, \quad y(0) = -1,$$

узимајући корак $h = 0.1$. (Рачунати на четири децимале.)

5. Два стријелца, који погађају мету редом са вјероватноћама 0.6 и 0.7 испаљују на мету по један метак.
 - a) Одредити вјероватноћу да ће мета бити погођена.
 - b) Ако је мета погођена тачно једанпут, колика је вјероватноћа да тај погодак припада првом стријелцу?

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 3, 4, 5
ПИСМЕНИ ИСПИТ: задаци 1, 2, 3, 4, 5

Нумеричка математика

12.07.2013.

1. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-5}$ позитиван коријен једначине $x^4 - 6x^2 - 8x - 1 = 0$.
3.
 - a) Одредити Лагранжов интерполациони полином за функцију $f(x) = \text{sign } x$ ако су чворови интерполације у тачкама чије су апсцисе $x = -2, -1, 0, 1, 2$.
 - b) Израчунати максималну грешку апроксимације на сегменту $[-2, 2]$.

4. Одредити аргумент x_1 и коефицијенте A и B тако да квадратурна формула

$$\int_{-1}^1 |x|f(x)dx = A(f(-x_1) + f(x_1)) + Bf(0) + R(f)$$

буде тачна за полиноме што већег степена.

Примјеном добијене формуле израчунати $\int_{-1}^1 |x|e^x dx$ и одредити грешку.

5. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0; 0.5]$ Кошијев проблем

$$2y' = x^2 + y^2, \quad y(0) = -0.5,$$

узимајући корак $h = 0.1$. (Рачунати на четири децимале.)

6. Кутија A садржи 6 црних и 4 бијеле куглице, а кутија B садржи 2 црне и 5 бијелих куглица. Бирамо једну кутију и из ње извлачимо два пута по једну куглицу без враћања.

- a) Одредити вјероватноћу да су обје извучене куглице црне.
- b) Ако су обје извучене куглице црне, наћи вјероватноћу да су извучене из кутије A .

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 1, 2, 3

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 4, 5, 6

ПИСМЕНИ ИСПИТ: задаци 2, 3, 4, 5, 6

Нумеричка математика

24.06.2013.

1. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ коријен једначине $x^3 + 3x + 5 = 0$.
2.
 - a) Одредити Лагранжов интерполациони полином за функцију $f(x) = |x|$ ако су чворови интерполације у тачкама чије су апсцисе $x = -2, -1, 0, 1, 2$.
 - b) Израчунати максималну грешку апроксимације на сегменту $[-2, 2]$.

3. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ интеграл

$$\int_0^1 x^2 e^{-x^2/2} dx.$$

4. Наћи најбољу средњеквадратну апроксимацију функције $f(x) = |x|$ на сегменту $[-1, 1]$ полиномом трећег степена у Хилбертовом простору у коме ортогонални систем функција чине Лежандрови полиноми.
5. Кутија A садржи 6 црних и 4 бијеле куглице, а кутија B садржи 2 црне и 5 бијелих куглица. Бирамо једну кутију и из ње извлачимо два пута по једну куглицу без враћања.
 - a) Одредити вјероватноћу да су обје извучене куглице црне.
 - b) Ако су обје извучене куглице црне, наћи вјероватноћу да су извучене из кутије A .

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 3, 4, 5
ПИСМЕНИ ИСПИТ: задаци 1, 2, 3, 4, 5

Нумеричка математика

15.04.2013.

1. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ коријен једначине

$$\cos x = x^2.$$

2. Користећи Гаус–Зајделову методу одредити трећу апроксимацију рјешења система

$$\begin{array}{rrcr} 4x_1 & +2x_2 & +x_3 & = & 4, \\ 2x_1 & +4x_2 & -x_3 & = & 6, \\ x_1 & +2x_2 & +4x_3 & = & -6, \end{array}$$

узимајући за почетну апроксимацију $x_1^{(0)} = 1$; $x_2^{(0)} = 1.5$; $x_3^{(0)} = -1.5$.
(Рачунати на пет децимала.)

3. На основу табеле вриједности функције $f(x) = \ln x$

x	0.40	0.50	0.70	0.80
$f(x)$	-0.9163	-0.6931	-0.3567	-0.2231

користећи Лагранжов интерполациони полином одредити приближну вриједност броја $\ln 0.6$ и процијенити грешку апроксимације.

4. Одредити аргумент x_1 и коефицијенте A и B тако да квадратурна формула

$$\int_{-1}^1 f(x)dx = Af(-x_1) + Bf(0) + Af(x_1) + R(f)$$

буде тачна за полиноме што је могуће већег степена.

Примјеном добијене формуле израчунати $\int_{-1}^1 \ln \frac{2-x}{2+x} dx$ и одредити грешку.

5. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0; 0.5]$ Кошијев проблем

$$2y' = x^2 + y^2, \quad y(0) = -0.5,$$

узимајући корак $h = 0.1$. (Рачунати на четири децимале.)

Нумеричка математика

22.02.2013.

1. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ позитиван коријен једначине

$$x^4 - 2x^3 - 2 = 0.$$

2. Користећи Гаус–Зајделову методу одредити трећу апроксимацију рјешења система

$$\begin{aligned} 6x_1 - x_2 - x_3 &= 2, \\ -x_1 + 6x_2 - x_3 &= 2.4, \\ -x_1 - x_2 + 6x_3 &= 5, \end{aligned}$$

узимајући за почетну апроксимацију $x_1^{(0)} = 0.60$; $x_2^{(0)} = 0.65$; $x_3^{(0)} = 1.05$.
(Рачунати на пет децимале.)

3. Функцију $f(x) = |x|$ апроксимирати Лагранжовим интерполационим полиномом узимајући за чворове интерполације 5 чворова са апсцисама $-2, -1, 0, 1, 2$.

Интеграцијом добијеног полинома израчунати приближно интеграл $\int_{-2}^2 |x| dx$ и процијенити грешку.

4. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0, 1/2]$ Кошијев проблем

$$y' = \frac{x^2 + y^2}{2}, \quad y(0) = -\frac{1}{2},$$

узимајући корак $h = 0.1$. (Рачунати на четири децимале.)

5. Два стријелца, који погађају мету редом са вјероватноћама 0.4 и 0.7, испаљују на мету по један метак.

a) Одредити вјероватноћу да ће мета бити погођена.

b) Ако је мета погођена тачно једанпут, колика је вјероватноћа да тај погодак припада првом стријелцу?

Нумеричка математика

7.02.2013.

1. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ позитиван коријен једначине

$$x^4 - 2x^3 - 1 = 0.$$

2. Користећи Гаус–Зајделову методу одредити трећу апроксимацију рјешења система

$$\begin{aligned} 6x_1 - x_2 - x_3 &= 2.33, \\ -x_1 + 6x_2 - x_3 &= 2, \\ -x_1 - x_2 + 6x_3 &= 5, \end{aligned}$$

узимајући за почетну апроксимацију $x_1^{(0)} = 0.67$; $x_2^{(0)} = 0.62$; $x_3^{(0)} = 1.05$.
(Рачунати на пет децимале.)

3. Функцију $f(x) = |x|$ апроксимирати Лагранжовим интерполационим полиномом узимајући за чворове интерполације 5 чворова са апсцисама $-2, -1, 0, 1, 2$.

Интеграцијом добијеног полинома израчунати приближно интеграл $\int_{-2}^2 |x| dx$ и процијенити грешку.

4. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0, 1/2]$ Кошијев проблем

$$y' = \frac{x^2 + y^2}{2}, \quad y(0) = -\frac{1}{2},$$

узимајући корак $h = 0.1$. (Рачунати на четири децимале.)

5. Два стријелца, који погађају мету редом са вјероватноћама 0.6 и 0.7, испаљују на мету по један метак.

a) Одредити вјероватноћу да ће мета бити погођена.

b) Ако је мета погођена тачно једанпут, колика је вјероватноћа да тај погодак припада првом стријелцу?

Нумеричка математика

23.10.2012.

1. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ коријен једначине

$$x^3 + 3x^2 + 6x + 6 = 0.$$

2. Методом Крилова одредити карактеристични полином матрице

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix},$$

а затим на основу карактеристичног полинома одредити њену инверзну матрицу.

3. Дате су тачке $A(-1, 3)$, $B(0, 1)$, $C(1, -1)$ и $D(2, 3)$.

- a) Одредити Лагранжов интерполациони полином који пролази датим тачкама.
- b) Одредити полином другог степена који у смислу методе најмањих квадрата најбоље апроксимира функцију која пролази датим тачкама.

4. Одредити аргумент x_1 и коефицијенте A и B тако да квадратурна формула

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = Af(-x_1) + Bf(0) + Af(x_1) + R(f)$$

буде тачна за полиноме што је могуће већег степена.

Примјеном добијене формуле израчунати $\int_{-1}^1 \ln \frac{2+x}{2-x} dx$ и одредити грешку.

5. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0, 1]$ Кошијев проблем

$$y' = x^2 + y^2, \quad y(0) = 0,$$

узимајући корак $h = 0, 25$. (Рачунати на четири децимале.)

Нумеричка математика

9.10.2012.

1. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ коријен једначине

$$x^3 - 3x + 11 = 0.$$

2. Методом Леверјеа одредити карактеристични полином матрице

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix},$$

а затим на основу карактеристичног полинома одредити њену инверзну матрицу.

3. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ интеграл

$$\int_0^1 \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx.$$

4. Методом најмањих квадрата одредити полином другог степена који најбоље апроксимира функцију која пролази тачкама $A(-2, 1)$, $B(-1, 0)$, $C(0, 0)$, $D(1, 2)$ и $E(2, 3)$.

5. Кутија A садржи 6 црних и 4 бијеле куглице, а кутија B садржи 2 црне и 5 бијелих куглица. Бирамо једну кутију и из ње извлачимо два пута по једну куглицу без враћања.

- a) Одредити вјероватноћу да су обје извучене куглице црне.
b) Ако су обје извучене куглице црне, наћи вјероватноћу да су извучене из кутије A .

Нумеричка математика

27.09.2012.

1. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ коријен једначине

$$x^3 - x + 1 = 0.$$

2. Методом итерације одредити шесту апроксимацију рјешења система

$$\begin{array}{rrcr} 7.6x_1 & +0.5x_2 & +2.4x_3 & = & 1.9, \\ 2.2x_1 & +9.1x_2 & +4.4x_3 & = & 9.7, \\ -1.3x_1 & +0.2x_2 & +5.8x_3 & = & -1.4, \end{array}$$

узимајући за почетну апроксимацију $x_1^{(0)} = 0.19$; $x_2^{(0)} = 0.97$; $x_3^{(0)} = -0.14$.
(Рачунати на четири децимале.)

3. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ интеграл

$$\int_0^1 \frac{\operatorname{sh} x}{\sqrt{x}} dx.$$

4. Методом најмањих квадрата одредити полином највише другог степена који најбоље апроксимира функцију која пролази тачкама $A(-1, 0)$, $B(0, 1)$, $C(1, 1)$, $D(2, 3)$ и $E(3, 3)$.

5. Мета се гађа три пута. Вјероватноће да ће она бити погођена при првом, другом и трећем гађању су редом $p_1 = 0.4$, $p_2 = 0.5$ и $p_3 = 0.7$.

- a) Одредити вјероватноћу да ће мета бити погођена бар једанпут,
b) Одредити вјероватноћу да ће мета бити погођена тачно једанпут.

Нумеричка математика

10.09.2012.

1. Методом итерације одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-5}$ најмањи позитиван коријен једначине $x = 9 + \operatorname{tg} x$.

2. Методом Леверјеа одредити карактеристични полином матрице

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix},$$

а затим на основу карактеристичног полинома одредити њену инверзну матрицу.

3. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ интеграл

$$\int_0^1 e^{x^2/2} dx.$$

4. Одредити полином другог степена који у смислу методе најмањих квадрата најбоље апроксимира функцију која пролази тачкама $A(-1, 1)$, $B(0, 0)$, $C(1, 1)$ и $D(2, 3)$.

5. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0; 0.2]$ Кошијев проблем

$$y' = \frac{y}{2} + \frac{2}{3} \operatorname{sh} \left(x + \frac{y}{2} \right), \quad y(0) = 0,$$

узимајући корак $h = 0.1$. (Рачунати на пет децимала.)

Нумеричка математика

13.07.2012.

1. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ најмањи позитиван коријен једначине $\operatorname{tg} x = x$.
2. Методом Крилова одредити карактеристични полином, а затим и инверзну матрицу матрице

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ интеграл

$$\int_0^1 e^{-x^2/2} dx.$$

4. Наћи најбољу средњеквадратну апроксимацију функције $f(x) = |x|$ на интервалу $[-1, 1]$ полиномом четвртог степена у Хилбертовом простору у коме ортогонални систем функција чине Чебишевљеви полиноми.
5. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0, 1/5]$ Кошијев проблем

$$y' = \frac{y}{2} + \frac{2}{3} \operatorname{sh} \left(x + \frac{y}{2} \right), \quad y(0) = 0,$$

узимајући корак $h = 0,1$. (Рачунати на пет децимала.)

Нумеричка математика

25.06.2012.

1. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ коријен једначине $x^3 + 3x + 7 = 0$.
2. Одредити полином другог степена који у смислу методе најмањих квадрата најбоље апроксимира функцију која пролази тачкама $A(-1, 2)$, $B(0, 1)$, $C(1, 1)$ и $D(2, 3)$.

3. Одредити аргумент x_1 и коефицијенте A , B , C тако да квадратурна формула

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = Af(-x_1) + Bf(0) + Cf(x_1) + R(f)$$

буде тачна за полиноме што већег степена.

Примјеном добијене формуле израчунати $\int_{-1}^1 \ln \frac{2+x}{2-x} dx$ и одредити грешку.

4. Наћи најбољу средњеквадратну апроксимацију функције $f(x) = \text{sign } x$ на сегменту $[-1, 1]$ полиномом трећег степена у Хилбертовом простору у коме ортогонални систем функција чине Лежандрови полиноми.
5. При производњи истог производа, 2 машине типа A , 5 машина типа B и 3 машине типа C производе редом 1%, 3% и 5% неисправних производа. Случајно је изабран један производ.
 - a) Одредити вјероватноћу да је он неисправан.
 - b) Ако је изабрани производ неисправан, колика је вјероватноћа да је он произведен на машини типа B ?

Нумеричка математика

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ, 23.04.2012.

1. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-5}$ коријен једначине $\cos x = 2x$.
2. Користећи Гаус-Зајделову методу одредити трећу апроксимацију рјешења система

$$\begin{array}{rrcr} 6x_1 & -x_2 & -x_3 & = & 11.33, \\ -x_1 & +6x_2 & -x_3 & = & 32, \\ -x_1 & -x_2 & +6x_3 & = & 42, \end{array}$$

узимајући за почетну апроксимацију $x_1^{(0)} = 4.67$; $x_2^{(0)} = 7.62$; $x_3^{(0)} = 9.05$.
(Рачунати на пет децимале.)

3. Методом Крилова одредити карактеристични полином матрице

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix},$$

а затим на основу карактеристичног полинома одредити њену инверзну матрицу.

Нумеричка математика

2.02.2012.

1. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ коријен једначине

$$x^3 - 3x^2 + 6x - 6 = 0.$$

2. Методом итерације одредити трећу апроксимацију рјешења система

$$\begin{array}{rrcr} 1.02x_1 & -0.05x_2 & -0.10x_3 & = & 0.79, \\ -0.11x_1 & +1.03x_2 & -0.05x_3 & = & 0.84, \\ -0.11x_1 & -0.12x_2 & +1.04x_3 & = & 1.39, \end{array}$$

узимајући за почетну апроксимацију $x_1^{(0)} = 0.80$; $x_2^{(0)} = 0.85$; $x_3^{(0)} = 1.40$.
(Рачунати на три децимале.)

3. Методом Крилова одредити карактеристични полином матрице

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix},$$

а затим на основу карактеристичног полинома одредити њену инверзну матрицу.

4. Одредити аргументе x_1 и x_2 и коефицијенте A и B тако да квадратурна формула

$$\int_{-1}^1 (1 + |x|)f(x)dx = Af(x_1) + Bf(x_2) + R(f)$$

буде тачна за полиноме што већег степена.

Примјеном добијене формуле израчунати $\int_{-1}^1 (1 + |x|) \ln \frac{2+x}{2-x} dx$ и одредити грешку.

5. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0,1]$ Кошијев проблем

$$y' = x^2 + y^2, \quad y(0) = 0,$$

узимајући корак $h = 0,25$. (Рачунати на четири децимале.)

Нумеричка математика 11.10.2011.

1. Методом Леверјеа одредити карактеристични полином матрице

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

а затим на основу карактеристичног полинома одредити њену инверзну матрицу.

2. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ коријен једначине $x^3 + 3x + 5 = 0$.

3. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ интеграл

$$\int_0^1 e^{-x^2/2} dx.$$

4. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0, 1/2]$ Кошијев проблем

$$y' = x^2 + \frac{1}{4}y^2, \quad y(0) = -1,$$

узимајући корак $h = 0.1$. (Рачунати на четири децимале.)

5. Кутија A садржи 6 црвених и 4 плаве куглице, а кутија B 2 црвене и 5 плавих куглица. Бирамо једну кутију и из ње извлачимо два пута по једну куглицу без враћања.

- а) Израчунати вјероватноћу да су обје извучене куглице црвене.
б) Ако су обје извучене куглице црвене, наћи вјероватноћу да су извучене из кутије B .

Нумеричка математика 27.09.2011.

1. Методом Гаус–Зајдела одредити четврту апроксимацију рјешења система

$$\begin{aligned} 10x_1 + x_2 + x_3 &= 33, \\ x_1 + 10x_2 + 2x_3 &= 25, \\ 2x_1 + 2x_2 + 10x_3 &= 20, \end{aligned}$$

узимајући за почетну апроксимацију $x_1^0 = 3, 3$; $x_2^0 = 2, 5$; $x_3^0 = 2, 0$.

2. Методом Кривова одредити карактеристични полином матрице

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix},$$

а затим на основу карактеристичног полинома одредити њену инверзну матрицу.

3. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ најмањи позитиван коријен једначине $x^3 - 3x = 11$.

4. Одредити полином другог степена који у смислу методе најмањих квадрата најбоље апроксимира функцију која пролази тачкама $A(-1, 3)$, $B(0, 1)$, $C(1, -1)$ и $D(2, 3)$.

5. Одредити аргумент x_1 и коефицијенте A и B тако да квадратурна формула

$$\int_{-1}^1 |x|f(x)dx = A(f(-x_1) + f(x_1)) + Bf(0) + R(f)$$

буде тачна за полиноме што већег степена.

Примјеном добијене формуле израчунати $\int_{-1}^1 |x|e^x dx$ и одредити грешку.

6. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0, 1]$ Кошијев проблем $y' = x^2 + y^2$, $y(0) = 0$, узимајући корак $h = 0, 2$.
(Рачунати на четири децимале.)

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 1, 2, 3

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 4, 5, 6

ИНТЕГРАЛНИ ИСПИТ: задаци 2, 3, 4, 5, 6

Нумеричка математика 9.09.2011.

1. Методом итерације одредити трећу апроксимацију рјешења система

$$\begin{array}{rrcr} 0,04x_1 & -0,08x_2 & +4x_3 & = 20, \\ 0,09x_1 & +3x_2 & -0,15x_3 & = 9, \\ 4x_1 & +0,24x_2 & -0,08x_3 & = 8, \end{array}$$

узимајући за почетну апроксимацију $x_1^{(0)} = 2$; $x_2^{(0)} = 3$; $x_3^{(0)} = 5$.
(Рачунати на четири децимале.)

2. Методом Леверјеа одредити карактеристични полином матрице

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix},$$

а затим на основу карактеристичног полинома одредити њену инверзну матрицу.

3. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ најмањи позитиван коријен једначине $\operatorname{tg} x = x$.
4. Одредити Лагранжов интерполациони полином који пролази тачкама $(100, 10)$, $(121, 11)$, $(144, 12)$. Помоћу добијеног полинома одредити приближно $\sqrt{114}$ и оцијенити грешку.

5. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ интеграл

$$\int_0^1 e^{-x^2/2} dx.$$

6. Лампа може припадати трима разним серијама S_1 , S_2 , S_3 редом са вјероватноћама 0,3, 0,4 и 0,3. Вјероватноћа да ће лампа из прве серије радити n часова износи 0,2; за другу серију је 0,3, а за трећу серију 0,4.

а) Наћи вјероватноћу да ће случајно изабрана лампа ради n часова.

б) Ако је познато да је лампа радила n часова, наћи вјероватноћу да је она из друге серије.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 1, 2, 3

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 4, 5, 6

ИНТЕГРАЛНИ ИСПИТ: задаци 2, 3, 4, 5, 6

Нумеричка математика 13.07.2011.

1. Методом Крилова одредити карактеристични полином матрице

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

а затим на основу карактеристичног полинома одредити њену инверзну матрицу.

2. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-5}$ коријен једначине $x^3 - 3x - 8 = 0$.

3. Конструисати Лагранжов интерполациони полином за функцију $f(x) = \sqrt{x}$ ако су чворови интерполације $x_0 = 81$, $x_1 = 100$ и $x_2 = 121$. Израчунати вриједност добијеног полинома у тачки $x = 111$ и оцијенити грешку, користећи формулу за грешку интерполације.

4. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ интеграл

$$\int_0^1 \cos(x^2) dx.$$

5. Наћи најбољу средњеквадратну апроксимацију функције $f(x) = \operatorname{sign} x$ на интервалу $[-1, 1]$ полиномом четвртог степена у Хилбертовом простору у коме ортогонални систем функција чине Лежандрови полиноми.

6. Лампа може припадати трима разним серијама S_1 , S_2 , S_3 редом са вјероватноћама 0, 2, 0, 5 и 0, 3. Вјероватноћа да ће лампа из прве серије радити n часова износи 0, 2; за другу серију је 0, 3, а за трећу серију 0, 4.

а) Наћи вјероватноћу да ће случајно изабрана лампа радити n часова.

б) Ако је познато да је лампа радила n часова, наћи вјероватноћу да је она из друге серије.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 1, 2, 3

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 4, 5, 6

ПИСМЕНИ ИСПИТ: задаци 2, 3, 4, 5, 6

Нумеричка математика 24.06.2011.

1. Методом тангенте одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-5}$ коријен једначине $x^3 + 3x + 3 = 0$.
2. Одредити Лагранжов интерполациони полином који пролази тачкама $(100, 10)$, $(121, 11)$, $(144, 12)$. Помоћу добијеног полинома одредити приближно $\sqrt{111}$ и оцијенити грешку.

3. Одредити реалне бројеве A и B и аргументе x_1 и x_2 тако да квадратурна формула

$$\int_{-1}^1 |x| f(x) dx = Af(x_1) + Bf(x_2) + R(f)$$

има највећу алгебарску тачност.

Примјеном добијене формуле израчунати приближно интеграл $\int_{-1}^1 |x| \ln \frac{2+x}{2-x} dx$ и процијенити грешку.

4. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0, 1/5]$ Кошијев проблем

$$y' = x^2 + y^2, \quad y(0) = 0,$$

узимајући корак $h = 0, 1$. (Рачунати на четири децимале.)

5. Два стријелца, који погађају мету редом са вјероватноћама 0,7 и 0,8, испаљују на мету по један метак.

a) Одредити вјероватноћу да ће мета бити погођена.

b) Ако је мета погођена тачно једанпут, колика је вјероватноћа да тај погодак припада првом стријелцу?

Нумеричка математика

11.04.2011.

1. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ коријен једначине

$$x^3 + 3x^2 + 6x + 6 = 0.$$

2. Методом итерације одредити трећу апроксимацију рјешења система

$$\begin{aligned} 1.02x_1 - 0.05x_2 - 0.10x_3 &= 0.795, \\ -0.11x_1 + 1.03x_2 - 0.05x_3 &= 0.849, \\ -0.11x_1 - 0.12x_2 + 1.04x_3 &= 1.398, \end{aligned}$$

узимајући за почетну апроксимацију $x_1^{(0)} = 0.80$; $x_2^{(0)} = 0.85$; $x_3^{(0)} = 1.40$.
(Рачунати на три децимале.)

3. Методом Кривова одредити карактеристични полином матрице

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix},$$

а затим на основу карактеристичног полинома одредити њену инверзну матрицу.

4. Одредити аргументе x_1 и x_2 и коефицијенте A и B тако да квадратурна формула

$$\int_{-1}^1 (1 + |x|)f(x)dx = Af(x_1) + Bf(x_2) + R(f)$$

буде тачна за полиноме што већег степена.

Примјеном добијене формуле израчунати $\int_{-1}^1 (1 + |x|) \ln \frac{2+x}{2-x} dx$ и одредити грешку.

5. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0,1]$ Кошијев проблем

$$y' = x^2 + y^2, \quad y(0) = 0,$$

узимајући корак $h = 0,25$. (Рачунати на четири децимале.)

Нумеричка математика

17.02.2011.

1. Методом Леверјеа одредити карактеристични полином матрице

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

а затим на основу карактеристичног полинома одредити њену инверзну матрицу.

2. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-5}$ коријен једначине $x^3 + 3x + 9 = 0$.

3. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ интеграл

$$\int_0^{0.8} e^{x^2/2} dx.$$

4. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0, 1/2]$ Кошијев проблем

$$y' = x^2 + \frac{y^2}{4}, \quad y(0) = -1,$$

узимајући корак $h = 0,1$. (Рачунати на пет децимала.)

5. На авион се испаљују 3 хица. Вјероватноћа да авион буде погођен првим хицем износи 0,4, другим 0,5 и трећим 0,7. У случају сва три поготка авион ће сигурно бити срушен, док ће у случају једног поготка он бити срушен са вјероватноћом 0,2 а у случају два поготка биће срушен са вјероватноћом 0,6. Одредити вјероватноћу да ће авион бити срушен.

Нумеричка математика

2.02.2011.

1. Методом Крилова одредити карактеристични полином матрице

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix},$$

а затим на основу карактеристичног полинома одредити њену инверзну матрицу.

2. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-5}$ коријен једначине $x^3 + 2x + 5 = 0$.

3. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ интеграл

$$\int_0^1 x^2 e^{-x^2/2} dx.$$

4. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0,1]$ Кошијев проблем

$$y' = x^2 + y^2, \quad y(0) = 0,$$

узимајући корак $h = 0,25$. (Рачунати на четири децимале.)

5. При производњи истог производа, 2 машине типа A , 5 машина типа B и 3 машине типа C производе редом 1%, 3% и 5% неисправних производа. Случајно је изабран један производ.

a) Одредити вјероватноћу да је он неисправан.

b) Ако је изабрани производ неисправан, колика је вјероватноћа да је он произведен на машини типа B ?

Нумеричка математика

14.10.2010.

1. Методом Леверјеа одредити карактеристични полином матрице

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix},$$

а затим на основу карактеристичног полинома одредити њену инверзну матрицу.

2. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-5}$ коријен једначине $x^3 + 2x + 5 = 0$.

3. Одредити Лагранжов интерполациони полином који пролази тачкама $(64, 8)$, $(81, 9)$ и $(100, 10)$. Помоћу добијеног полинома одредити приближно $\sqrt{73}$ и оцијенити грешку.

4. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ интеграл

$$\int_0^{0.8} e^{-x^2/2} dx.$$

5. Два стријелца, који погађају мету редом са вјероватноћама 0,7 и 0,8 испаљују на мету по један метак.

a) Одредити вјероватноћу да ће мета бити погођена.

b) Ако је мета погођена тачно једанпут, колика је вјероватноћа да тај погодак припада првом стријелцу?

Нумеричка математика

7.10.2010.

1. Методом Кривова одредити карактеристични полином матрице

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix},$$

а затим на основу карактеристичног полинома одредити њену инверзну матрицу.

2. Методом итерације одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-5}$ најмањи позитиван коријен једначине $x + \operatorname{tg} x = 7$.

3. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ интеграл

$$\int_0^1 e^{-x^2/2} dx.$$

4. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0,1]$ Кошијев проблем

$$y' = x^2 + y^2, \quad y(0) = 0,$$

узимајући корак $h = 0,25$. (Рачунати на четири децимале.)

5. При производњи истог производа, 2 машине типа A , 5 машина типа B и 3 машине типа C производе редом 1%, 3% и 5% неисправних производа. Случајно је изабран један производ.

a) Одредити вјероватноћу да је он неисправан.

b) Ако је изабрани производ неисправан, колика је вјероватноћа да је он произведен на машини типа B ?

Нумеричка математика

27.09.2010.

1. Методом Леверјеа одредити карактеристични полином матрице

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix},$$

а затим на основу карактеристичног полинома одредити њену инверзну матрицу.

2. Методом итерације одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-5}$ најмањи позитиван коријен једначине $x + \operatorname{tg} x = 6$.

3. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ интеграл

$$\int_0^1 e^{x^2/2} dx.$$

4. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0, 1/2]$ Кошијев проблем

$$y' = x^2 + \frac{y^2}{4}, \quad y(0) = -1,$$

узимајући корак $h = 0, 1$. (Рачунати на пет децимала.)

5. При производњи истог производа, 2 машине типа A , 5 машина типа B и 3 машине типа C производе редом 1%, 3% и 5% неисправних производа. Случајно је изабран један производ.

a) Одредити вјероватноћу да је он неисправан.

b) Ако је изабрани производ неисправан, колика је вјероватноћа да је он произведен на машини типа B ?

Нумеричка математика 13.09.2010.

1. Методом итерације одредити трећу апроксимацију рјешења система

$$\begin{array}{rrcr} 0,04x_1 & -0,08x_2 & +4x_3 & = & 20, \\ 0,09x_1 & +3x_2 & -0,15x_3 & = & 9, \\ 4x_1 & +0,24x_2 & -0,08x_3 & = & 8, \end{array}$$

узимајући за почетну апроксимацију $x_1^{(0)} = 2$; $x_2^{(0)} = 3$; $x_3^{(0)} = 5$.
(Рачунати на четири децимале.)

2. Методом Кривова одредити карактеристични полином матрице

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix},$$

а затим на основу карактеристичног полинома одредити њену инверзну матрицу.

3. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ коријен једначине $x^3 + 3x + 5 = 0$.

4. Одредити Лагранжов интерполациони полином који пролази тачкама $(1, 1)$, $(4, 2)$, $(9, 3)$. Помоћу добијеног полинома одредити приближно $\sqrt{5}$ и оцијенити грешку.

5. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ интеграл

$$\int_0^1 e^{-x^2/2} dx.$$

6. Вјероватноћа да ће студент A ријешити неки задатак је 0,7, а за студента B она износи 0,9.

- a) Одредити вјероватноћу да ће задатак бити ријешен ако га рјешавају оба студента.
b) Ако је задатак ријешен, колика је вјероватноћа да га је ријешео студент B ?

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 1, 2, 3

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 4, 5, 6

ИНТЕГРАЛНИ ИСПИТ: задаци 2, 3, 4, 5, 6

Нумеричка математика 1.07.2010.

1. Методом итерације одредити трећу апроксимацију рјешења система

$$\begin{array}{rrcr} 0,04x_1 & -0,08x_2 & +4x_3 & = & 20, \\ 0,09x_1 & +3x_2 & -0,15x_3 & = & 9, \\ 4x_1 & +0,24x_2 & -0,08x_3 & = & 8, \end{array}$$

узимајући за почетну апроксимацију $x_1^{(0)} = 2$; $x_2^{(0)} = 3$; $x_3^{(0)} = 5$.
(Рачунати на четири децимале.)

2. Методом Леверјеа одредити карактеристични полином матрице

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix},$$

а затим на основу карактеристичног полинома одредити њену инверзну матрицу.

3. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ најмањи позитиван коријен једначине $\operatorname{tg} x = x$.
4. Одредити Лагранжов интерполациони полином који пролази тачкама $(100, 10)$, $(121, 11)$, $(144, 12)$. Помоћу добијеног полинома одредити приближно $\sqrt{115}$ и оцијенити грешку.

5. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ интеграл

$$\int_0^1 e^{x^2} dx.$$

6. Лампа може припадати трима разним серијама S_1 , S_2 , S_3 редом са вјероватноћама 0,3, 0,4 и 0,3. Вјероватноћа да ће лампа из прве серије радити n часова износи 0,2; за другу серију је 0,3, а за трећу серију 0,4.

- а) Наћи вјероватноћу да ће случајно изабрана лампа ради n часова.
б) Ако је познато да је лампа радила n часова, наћи вјероватноћу да је она из друге серије.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 1, 2, 3

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 4, 5, 6

ИНТЕГРАЛНИ ИСПИТ: задаци 2, 3, 4, 5, 6

Нумеричка математика

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ, 17.06.2010.

1. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ интеграл

$$\int_1^2 e^{-x^2} dx .$$

2. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0,1/5]$ Кошијев проблем

$$y' = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad y(0) = 1,$$

узимајући корак $h = 0,1$. (Рачунати на четири децимале.)

3. У једној кутији шибица налази се 5 употребљивих и 6 искоришћених палидрваца, а у другој кутији 2 употребљива и 9 искоришћених палидрваца. На случајан начин се из сваке кутије бира по једно палидрвце и ставља у трећу празну кутију. Затим се из треће кутије извлачи једно палидрвце. Колика је вјероватноћа да ћемо њиме моћи да упалимо свијећу?

Нумеричка математика

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ , 12.04.2010.

1. Методом сјеканте одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ нулу функције $f(x) = x^2 - e^x + 2$.
2. Методом Гаус-Зајдела одредити трећу апроксимацију рјешења система

$$\begin{array}{rrcr} 10x_1 & +3x_2 & -x_3 & = 12, \\ -x_1 & +5x_2 & -x_3 & = 3, \\ x_1 & +2x_2 & +10x_3 & = 13, \end{array}$$

узимајући за почетну апроксимацију $x_1^{(0)} = 1,2$; $x_2^{(0)} = 0,6$; $x_3^{(0)} = 1,3$.
(Рачунати на четири децимале.)

3. Методом Крилова одредити карактеристични полином матрице

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

а затим на основу карактеристичног полинома одредити њену инверзну матрицу.

Нумеричка математика 12.02.2010.

1. Методом Кривова одредити карактеристични полином матрице

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix},$$

а затим на основу карактеристичног полинома одредити њену инверзну матрицу.

2. Методом тангенте одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ коријен једначине $x^3 + 3x + 9 = 0$.

3. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ интеграл

$$\int_1^2 e^{-x^2/2} dx.$$

4. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0, 1/2]$ Кошијев проблем

$$y' = x^2 + \frac{1}{4}y^2, \quad y(0) = -1,$$

узимајући корак $h = 0.1$. (Рачунати на четири децимале.)

5. На авион се испаљују 3 хица. Вјероватноћа да авион буде погођен првим хицем износи 0.6, другим 0.5 и трећим 0.4. Авион ће са 3 поготка бити сигурно срушен, док ће у случају једног поготка авион бити срушен са вјероватноћом 0.3 а у случају два поготка ће бити срушен са вјероватноћом 0.6. Наћи вјероватноћу да ће авион бити срушен.

Нумеричка математика 30.01.2010.

1. Методом Леверјеа одредити карактеристични полином, а затим и инверзну матрицу матрице

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-5}$ позитиван коријен једначине $8 \sin x = x$.

3. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ интеграл

$$\int_1^2 \frac{e^{-x}}{x} dx.$$

4. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0,1]$ Кошијев проблем

$$y' = x^2 + y^2, \quad y(0) = 0,$$

узимајући корак $h = 0,2$. (Рачунати на четири децимале.)

5. На авион се испаљују 3 хица. Вјероватноћа да авион буде погођен првим хицем износи 0.7, другим 0.5 и трећим 0.4. Авион ће са 3 поготка бити сигурно срушен, док ће у случају једног поготка авион бити срушен са вјероватноћом 0.3 а у случају два поготка ће бити срушен са вјероватноћом 0.6. Наћи вјероватноћу да ће авион бити срушен.

Нумеричка математика 17.10.2009.

1. Методом Крилова одредити карактеристични полином матрице

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

а затим на основу карактеристичног полинома одредити њену инверзну матрицу.

2. Методом тангенте одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ коријен једначине $x^3 + 3x + 6 = 0$.

3. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ интеграл

$$\int_0^1 e^{-x^2/2} dx.$$

4. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0, 1/2]$ Кошијев проблем

$$y' = x^2 + \frac{1}{4}y^2, \quad y(0) = -1,$$

узимајући корак $h = 0.1$. (Рачунати на четири децимале.)

5. Лампа може припадати трима разним серијама редом са вјероватноћама 0, 2, 0, 5 и 0, 3. Вјероватноћа да ће лампа из прве серије радити n часова износи 0, 2; за другу серију је 0, 3, а за трећу серију 0, 4.

а) Наћи вјероватноћу да ће случајно изабрана лампа ради n часова.

б) Ако је познато да је лампа радила n часова, наћи вјероватноћу да је она из друге серије.

Нумеричка математика 30.09.2009.

1. Методом Кривова одредити карактеристични полином матрице

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix},$$

а затим на основу карактеристичног полинома одредити њену инверзну матрицу.

2. Методом итерације одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-5}$ најмањи позитиван коријен једначине $x + \operatorname{tg} x = 7$.

3. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ интеграл

$$\int_0^1 \cos(x^2) dx.$$

4. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0, 1/2]$ Кошијев проблем

$$y' = x^2 + \frac{1}{4}y^2, \quad y(0) = -1,$$

узимајући корак $h = 0.1$. (Рачунати на четири децимале.)

5. Два стријелца, који погађају мету редом са вјероватноћама 0,7 и 0,5 испаљују на мету по један метак.

a) Одредити вјероватноћу да ће мета бити погођена.

b) Ако је мета погођена тачно једанпут, колика је вјероватноћа да тај погодак припада првом стријелцу?

Нумеричка математика 11.09.2009.

1. Методом Леверјеа одредити карактеристични полином, а затим и инверзну матрицу матрице

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. Њутновом методом одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-5}$ коријен једначине $x^3 + 3x + 9 = 0$.

3. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ интеграл

$$\int_0^{0.8} e^{-x^2/2} dx.$$

4. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0,1]$ Кошијев проблем

$$y' = x^2 + y^2, \quad y(0) = 0,$$

узимајући корак $h = 0,2$. (Рачунати на четири децимале.)

5. Лампа може припадати трима разним серијама S_1, S_2, S_3 редом са вјероватноћама 0.2, 0.5 и 0.3. Вјероватноћа да ће лампа из прве серије радити n часова износи 0.3; за другу серију је 0.2, а за трећу серију 0.4.

а) Наћи вјероватноћу да ће случајно изабрана лампа ради n часова.

б) Ако је познато да је лампа радила n часова, наћи вјероватноћу да је она из друге серије.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ : задаци 3, 4, 5

ИНТЕГРАЛНИ ИСПИТ : задаци 1, 2, 3, 4, 5

Нумеричка математика 10.07.2009.

1. Методом Крилова одредити карактеристични полином, а затим и инверзну матрицу матрице

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

2. Методом тангенте одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ коријен једначине $x^3 + 3x + 6 = 0$.

3. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ интеграл

$$\int_0^1 \sin(x^2) dx.$$

4. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0, 1/2]$ Кошијев проблем

$$y' = x^2 + \frac{1}{4}y^2, \quad y(0) = -1,$$

узимајући корак $h = 0.1$. (Рачунати на пет децимала.)

5. Два стријелца, који погађају мету редом са вјероватноћама 0,8 и 0,6 испаљују на мету по један метак.

- a) Одредити вјероватноћу да ће мета бити погођена.
- b) Ако је мета погођена тачно једанпут, колика је вјероватноћа да тај погодак припада првом стријелцу?

Нумеричка математика 27.06.2009.

1. Методом Крилова и методом Леверјеа одредити карактеристични полином, а затим и инверзну матрицу матрице

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Методом итерације одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ коријен једначине $2x - \sin x = 1$.

3. Израчунати интеграл $\int_0^1 \cos(x^2) dx$ користећи Симпсонову формулу за $n = 10$, и оцијенити грешку.

4. Методом Рунге–Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[1, 2]$ Кошијев проблем

$$y' = \frac{y}{x} - y^2, \quad y(1) = 1,$$

узимајући корак $h = 0, 2$. (Рачунати на четири децимале.)

5. Лампа може припадати трима разним серијама S_1, S_2, S_3 редом са вјероватноћама 0, 25, 0, 5 и 0, 25. Вјероватноћа да ће лампа из прве серије радити n часова износи 0, 1; за другу серију је 0, 2, а за трећу серију 0, 4.

а) Наћи вјероватноћу да ће случајно изабрана лампа ради n часова.

б) Ако је познато да је лампа радила n часова, наћи вјероватноћу да је она из треће серије.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ : задаци 3, 4, 5

ИНТЕГРАЛНИ ИСПИТ : задаци 1, 2, 3, 4, 5

Нумеричка математика 25.04.2009.

1. Методом Крилова и методом Леверјеа одредити карактеристични полином, а затим и инверзну матрицу матрице

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Методом тангенте одредити са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ коријен једначине $x^3 - 3x = 11$.

3. Методом Гаус-Зајдела одредити четврту апроксимацију рјешења система

$$\begin{aligned} 10x_1 &+ x_2 &+ x_3 &= 33, \\ x_1 &+ 10x_2 &+ 2x_3 &= 25, \\ 2x_1 &+ 2x_2 &+ 10x_3 &= 20, \end{aligned}$$

узимајући за почетну апроксимацију $x_1^0 = 3, 3$; $x_2^0 = 2, 5$; $x_3^0 = 2, 0$.

4. Користећи Симпсонову формулу израчунати са грешком $\varepsilon = 10^{-4}$ интеграл

$$\int_0^1 e^{-x^2} dx.$$

5. Методом Рунге-Кута четвртог реда ријешити на интервалу $[0, 1]$ Кошијев проблем $y' = x^2 + y^2$, $y(0) = 0$, узимајући корак $h = 0, 2$.
(Рачунати на четири децимале.)

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ : задаци 1, 2, 3

ИНТЕГРАЛНИ ИСПИТ : задаци 1, 2, 3, 4, 5