

Математика 1

11.02.2014.

1. Ријешити једначину $\left(\frac{1}{z} - 1\right)^3 = i$ у скупу комплексних бројева.
2. Одредити реалан параметар λ тако да једначина $2x^4 + 5x^3 + \lambda x^2 - 5x + 3 = 0$ има два коријена чији је збир једнак нули, па затим ријешити добијену једначину.
3. У зависности од параметра t дискутовати и ријешити систем линеарних једначина

$$\begin{array}{rrcr} x & +y & & +2z & = & 1, \\ 3x & +(t+1)y & & +3z & = & t, \\ 2x & +2y & & +(t-1)z & = & 1. \end{array}$$

4. Ријешити матричну једначину $AX^{-1} = A^{-1}(A+B)$, ако је дато

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

5. Дата је матрица

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

- a) Одредити сопствене вриједности и сопствене векторе матрице A .
 - b) Одредити минимални полином и инверзну матрицу матрице A .
6. Дате су праве $p_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-2}$ и $p_2 : x+y+z-1=0, x-y+2z+2=0$. Права p_1 сијече раван $\alpha_1 : x+y+z=1$ у тачки A , а раван $\alpha_2 : x-y+2z=-2$ у тачки B . Одредити раван која садржи праву p_2 и средиште дужи AB .
 7. У полукружницу полупречника R уписан је трапез чија је већа основица пречник кружнице. Одредити висину и мању основицу трапеза тако да му површина буде максимална.
 8. Испитати и графички представити функцију $f(x) = \arctan \frac{x+1}{x}$.