

Математика 1

22.10.2013.

1. Дати су комплексни бројеви

$$z = \frac{i - \sqrt{3}}{\cos(\pi/4) + i \sin(\pi/4)} \quad \text{и} \quad w = \frac{1 + i\sqrt{3}}{\cos(\pi/4) - i \sin(\pi/4)}.$$

Израчунати z^3 и $\sqrt[4]{w}$.

2. Одредити реалан број a тако да једначина $x^4 + x^3 + ax^2 - 6x - 4 = 0$ има два коријена чији је производ једнак 2, па затим ријешити добијену једначину.

3. Дана је матрица

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 2 & -2 & -6 \\ -2 & 5 & 9 \end{bmatrix}.$$

- a) Одредити сопствене вриједности и сопствене векторе матрице A .
b) Одредити минимални полином и инверзну матрицу матрице A .

4. Права $p : \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-5}{1}$ сијече раван $\alpha : 3x + y - z + 4 = 0$ у тачки S .
Раван β садржи праву p и тачку $T(-2, 4, 3)$. Наћи тачку S и угао између равни α и β .

5. Испитати и графички представити функцију

$$f(x) = x - 6 \ln \left(1 - \frac{1}{x} \right).$$