

Писмени дио испита из Математике 1

1. Одредити реални и имагинарни дио комплексног броја  $\left( \frac{1}{1 + \cos \alpha + i \sin \alpha} \right)^n$ .

2. Дискутовати и ријешити систем

$$x + y + z + at = 1$$

$$x + y + az + t = a$$

$$x + ay + z + t = a^2$$

$$ax + y + z + t = a^3, \quad a \in \mathbb{R}.$$

3. Одредити полином трећег степена са реалним коефицијентима тако да задовољава услове  $P(1+2i) = 2i-16$ ,  $P(-2i) = 2i+1$ .

4. Дата је матрица  $A = \begin{pmatrix} 10 & 4 & -2 \\ -7 & -6 & 7 \\ 4 & 8 & 4 \end{pmatrix}$ .

а) Одредити сопствене вриједности и сопствене векторе матрице  $A$ .

б) Одредити минимални полином матрице  $A$  и на основу њега наћи  $A^{-1}$ .

5. Дати су вектори  $\vec{a} = (1, 0, -1)$ ,  $\vec{b} = (1, 2, 2)$  и  $\vec{c} = (-1, 2, 1)$

а) израчунати угао који образује вектор  $\vec{a}$  са равни одређеном векторима  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$

б) израчунати запремину тетраедра конструисаног над тим векторима.

6. Наћи једначину заједничке нормале правих  $p_1: \frac{x-3}{7} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-3}$  и  $p_2: \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}$

7. У полукруг полупречника  $R$  уписан је правоугаоник највеће површине. Одредити његове димензије.

8. Испитати и графички представити функцију  $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x} e^{\frac{1}{x}}$ .

1.колоквијум: 1, 2, 3, 4.

2.колоквијум: 5, 6, 7, 8.

Цио испит: 2, 3, 4, 6, 8.