

Писмени дио испита из Математике 1

1. Израчунати $\frac{(1+i)^{20}}{(1-i\sqrt{3})^{15}} - \frac{(1-i)^{20}}{(1+i\sqrt{3})^{15}}$.

2. Дат је полином $P(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + 4x - 2$, $a, b \in \mathbb{R}$.

а) Одредити a и b тако да је $1+i$ једна нула полинома $P(x)$.

б) Одредити остале нуле полинома и раставити га на факторе.

3. Ријешити систем

$$2x - 10y - 6z = 2$$

$$7x - 28y + 14t = 62$$

$$-x + 5y = a$$

$$x + 2y + 3z + 14t = 21, \quad a \in \mathbb{R}.$$

4. Ријешити матричну једначину $3X + AX + B = 0$, ако је дато

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Дата је матрица $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ -5 & 7 & -5 \\ -6 & 6 & -4 \end{pmatrix}$.

а) Одредити сопствене вриједности и сопствене векторе матрице A .

б) Одредити минимални полином и инверзну матрицу матрице A .

6. Одредити параметар k тако да права $p: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{k}$ лежи у равни

$\pi: x + 2y - z + 2 = 0$, па за тако добијено k наћи једначину равни која пролази кроз праву p и нормална је на раван π .

7. Дата је функција $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0. \end{cases}$

Одредити a тако да функција $f(x)$ буде непрекидна у тачки $x = 0$. За тако нађено a испитати диференцијабилност функције $f(x)$ у тачки $x = 0$.

8. Испитати и графички представити функцију $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2}{x+1}}$.

1. колоквиј: 1, 2, 3, 4.

2. колоквиј: 5, 6, 7, 8. Цио испит: 2, 3, 6, 7, 8.