УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2

12.02.2013.

1. Израчунати неодређени интеграл

$$\int \frac{xdx}{\sqrt[4]{x^3(1-x)}}\,.$$

2. Одредити локалне екстреме функције $u = x^4 + y^4 - 2(x-y)^2$.

3. Израчунати запремину тијела ограниченог површима

$$x^2 + 4y^2 + 4z^2 - 8z = 4, \quad x^2 + 4y^2 = 4(z-1)^2 \quad (z \geq 1).$$

4. Израчунати криволинијски интеграл

$$\oint_L (y^2+z^2)dx + (z^2+x^2)dy + (x^2+y^2)dz$$

ако је L пресјечна крива површи $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ и $x^2 + y^2 = z$.

5. Одредити константе a и b тако да диференцијална једначина

$$x(x-1)y'' + (ax+b)y' + y = 0$$

има партикуларно рјешење $y_1 = \dfrac{1}{x-1}$, па затим наћи опште рјешење добијене једначине.

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2 29.01.2013.

1. Израчунати одређени интеграл

$$\int_0^{\pi} \frac{dx}{(2+\cos x)(3+\cos x)} \,.$$

2. На елипсоиду $x^2+2y^2+4z^2=8$ наћи тачку која је најудаљенија од тачке $(0,0,3)$.

3. Израчунати запремину тијела ограниченог површима

$$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=2z, \quad \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=z^2.$$

4. Израчунати површински интеграл

$$\iint_S (-x^2 z)\, dydz + y\, dzdx + 2\, dxdy$$

ако је S спољашња страна дијела елипсоида $4x^2+y^2+4z^2=1$ који припада првом октанту.

5. Одредити опште рјешење диференцијалне једначине

$$(x^2+2xy-y^2)\, dx + (y^2+2xy-x^2)\, dy = 0.$$

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2

10.10.2012.

1. Израчунати одређени интеграл

$$\int_0^1 x\sqrt{x^2+1}\,\mathrm{arctg}\,x\,dx.$$

2. Одредити екстреме функције

$$f(x,y,z)=\frac{1}{x}+\frac{x^2}{y}+\frac{y^2}{z}+16z^2$$

у области $x>0$, $y>0$, $z>0$.

3. Израчунати запремину тијела дефинисаног неједнакостима

$$x\geq 0,\quad y\geq 0,\quad x^2+y^2\leq 10z\leq 30-4x^2-5y^2.$$

4. Израчунати криволинијски интеграл

$$\int_C (x^2+y^2+z^2)dx$$

ако је C пресјечна крива површи $z=3-x^2-3y^2$ и $z=2x$.

5. Наћи опште рјешење диференцијалне једначине

$$\left(2xy+x^2y+\frac{y^3}{3}\right)dx+(x^2+y^2)\,dy=0.$$

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2

25.09.2012.

1. Израчунати несвојствени интеграл

$$\int_2^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{(x-1)^2}\, dx.$$

2. Одредити екстреме функције $f(x,y) = x^2 + y^2 + 6x - 8y + 10$ у кружном прстену $1 \leq x^2 + y^2 \leq 100$.

3. Израчунати двојни интеграл

$$\iint_D \frac{1}{(1+x^2+y^2)^2}\, dxdy,$$

ако је D област одређена неједнакостима $x \leq x^2 + y^2 \leq 1$.

4. Одредити параметар m тако да криволинијски интеграл

$$\int_L \frac{(x-y)dx + (x+y)dy}{(x^2+y^2)^m}$$

не зависи од пута интеграције. За тако добијено m израчунати овај интеграл по затвореној позитивно оријентисаној контури која обухвата координатни почетак.

5. Наћи опште рјешење диференцијалне једначине

$$y'' - 5y' + 6y = \frac{6x^2 + 17x + 13}{(x+1)^3}\,,$$

па затим одредити партикуларно рјешење које задовољава почетне услове $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2

11.09.2012.

1. Израчунати интеграл

$$\int_{1/2}^{1} \frac{1}{x}\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\, dx.$$

2. Одредити екстреме функције $f(x,y) = xy^2(3-x-y)$ у области троугла ограниченог правама $x=0$, $y=0$ и $x+y=5/2$.

3. Израчунати запремину тијела ограниченог површима $x^2+y^2+z^2=8$ и $x^2+y^2=2z$ $(x^2+y^2 \leq 2z)$.

4. Израчунати криволинијски интеграл

$$\oint_L ydx + zdy + xdz,$$

ако је L пресјечна крива равни $x+z=2$ и цилиндра $x^2+y^2=4$.

5. Одредити опште рјешење диференцијалне једначине $xy' - 4y = x^2\sqrt{y}$.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 3, 4, 5
ПИСМЕНИ ИСПИТ: задаци 1, 2, 3, 4, 5

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2

22.06.2012.

1. Израчунати неодређени интеграл $\displaystyle\int \frac{x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}\,dx.$

2. Наћи удаљеност тачке $(0,1)$ од елипсе $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1.$

3. Израчунати запремину тијела ограниченог са површи

$$\left(x^2+y^2+z^2+\frac{1}{2}\right)^2=4(x^2+y^2).$$

4. Израчунати криволинијски интеграл

$$\oint_L e^x(1-\cos y)dx+e^x(\sin y-y)dy,$$

ако је L крива која ограничава област $0\le x\le \pi,\ 0\le y\le \sin x.$

5. Показати да диференцијална једначина $2x^2y' = x^2y^2+1$ има партикуларно рјешење облика $y_1=a+\dfrac{b}{x}$, па затим одредити њено опште рјешење.

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2

22.06.2012.

1. Израчунати неодређени интеграл $\displaystyle\int \frac{x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}\,dx.$

2. Наћи удаљеност тачке $(0,1)$ од елипсе $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1.$

3. Израчунати запремину тијела ограниченог са површи

$$\left(x^2+y^2+z^2+\frac{1}{2}\right)^2=4(x^2+y^2).$$

4. Израчунати криволинијски интеграл

$$\oint_L e^x(1-\cos y)dx+e^x(\sin y-y)dy,$$

ако је L крива која ограничава област $0\le x\le\pi,\ 0\le y\le\sin x.$

5. Показати да диференцијална једначина $2x^2y'=x^2y^2+1$ има партикуларно рјешење облика $y_1=a+\dfrac{b}{x}$, па затим одредити њено опште рјешење.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 3, 4, 5
ПИСМЕНИ ИСПИТ: задаци 1, 2, 3, 4, 5

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2

ДОМАЋА ЗАДАЋА, јун 2012.

1. Израчунати неодређени интеграл

$$\int \frac{x}{(x^2-3x+2)\sqrt{x^2-4x+3}}\,dx.$$

2. Израчунати површину фигуре ограничене кривом $x^4+y^4=a^2(x^2+y^2)$.

3. Одредити екстреме функције $f(x,y,z)=\sin x+\sin y+\sin z-\sin(x+y+z)$ на коцки $x,y,z\in[0,\pi]$.

4. Наћи запремину тијела ограниченог са површи $(x^2+y^2+z^2)^2=x^2+y^2-z^2$.

5. Израчунати флукс векторског поља $\overrightarrow{b}=x\overrightarrow{i}+x^2yz\overrightarrow{j}$ кроз спољашњу страну површи $z=\sqrt[4]{a^2-x^2-y^2}$.

6. Наћи опште рјешење диференцијалне једначине

$$y''+2y'+y=3e^{-x}\sqrt{1+x}.$$

◇ *Сваки задатак вриједи 1 бод*
◇ *Бодови вриједе само у јунско-јулском испитном року*
◇ *Уз рјешење сваког задатка обавезно навести и текст задатка*

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2

25.04.2012.

1. Израчунати неодређени интеграл $\displaystyle\int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + 2\cos x}\, dx.$

2. Израчунати одређени интеграл $\displaystyle\int_2^{4/\sqrt{3}} \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2}\, dx.$

3. Функција $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ дефинисана је са

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - xy^2}{x^2+y^2}, & \text{ако је } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{ако је } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Испитати:

а) Непрекидност функције f у тачки $(0,0)$;

б) Постојање парцијалних извода функције f у тачки $(0,0)$;

в) Диференцијабилност функције f у тачки $(0,0)$.

4. Одредити локалне екстреме функције $u = 2x^2 - xy + 2xz - y + y^3 + z^2$.

5. Израчунати запремину тијела задатог неједнакостима $0 \leq z \leq 4 - \sqrt{x^2+y^2}$, $2x \leq x^2 + y^2 \leq 4x$.

6. Израчунати површински интеграл

$$\iint_S (x^2+y^2+z^2)(xdydz + ydzdx + zdxdy)$$

ако је S спољашња страна површи ограничене параболоидом $x^2+y^2 = 2z$ и равни $z = 1$.

7. Наћи опште рјешење диференцијалне једначине $y'' - y = 4\sqrt{x} + \dfrac{1}{x\sqrt{x}}$.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 1, 2, 3, 4
ПИСМЕНИ ИСПИТ: задаци 2, 4, 5, 6, 7

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2

24.01.2012.

1. Израчунати одређени интеграл $\displaystyle\int_0^1 x^3 \ln(1+x^3)\,dx\,.$

2. Одредити екстреме функције $f(x,y,z)=x+2y-2z$ на сфери $x^2+y^2+z^2=9$.

3. Израчунати површину дијела сфере $x^2+y^2+z^2=4$ који се налази унутар цилиндра $x^2+y^2=2y$.

4. Израчунати криволинијски интеграл

$$\oint_L (x^2+2y^2)dx+(x+z)dy+ydz,$$

ако је L пресјечна крива површи $x^2+y^2=4-z$ и $y^2=z$.

5. Наћи опште рјешење диференцијалне једначине

$$y'-y\,\mathrm{tg}\,x+y^2\cos x=0.$$

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2

21.10.2011.

1. Израчунати неодређени интеграл $\displaystyle\int \frac{dx}{1+\sqrt{1+2x-x^2}}$.

2. Одредити екстреме функције $z = 2x^2 + 12xy + y^2$ на кругу $x^2 + 4y^2 \leq 25$.

3. Израчунати запремину тијела ограниченог површима

$$z = x^2 + y^2, \;\; x^2 + y^2 = x, \;\; x^2 + y^2 = 2x \;\text{ и }\; z = 0.$$

4. Израчунати криволинијски интеграл

$$\oint_L (y^2 + z^2)dx + (z^2 + x^2)dy + (x^2 + y^2)dz,$$

ако је L пресјечна крива цилиндра $x^2 + y^2 = 2x$ и полусфере $z = \sqrt{4x - x^2 - y^2}$.

5. Наћи опште рјешење диференцијалне једначине

$$y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x} \, .$$

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2

12.10.2011.

1. Израчунати интеграл $\displaystyle\int_{1/2}^{1} \frac{dx}{x\sqrt{x(1-x)}}$.

2. На елипсоиду $\dfrac{x^2}{6} + y^2 + z^2 = 1$ наћи тачку која је најближа равни $3x+y+3z = 72$.

3. Израчунати запремину тијела одређеног неједнакостима $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$ и $x^2 + y^2 \leq 3z$.

4. Израчунати флукс векторског поља $\overrightarrow{a} = x^3\overrightarrow{i} + y^3\overrightarrow{j} + z^3\overrightarrow{k}$ кроз спољашњу страну сфере $x^2 + y^2 + z^2 = x$.

5. Показати да диференцијална једначина

$$(3x^3 + x)y'' + 2y' - 6xy = 0$$

има партикуларно рјешење у облику полинома другог степена, па затим одредити њено опште рјешење.

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2

28.09.2011.

1. Израчунати интеграл $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{(1+x^2)^2}$.

2. Одредити најмању и највећу вриједност координате x на кружници $x+y+z=1$, $x^2+y^2+z^2=1$.

3. Израчунати запремину тијела ограниченог са површи $(x^2+y^2+z^2)^3 = x^2y$.

4. Израчунати површински интеграл $\displaystyle\iint_S (x+y)z\,dS$ ако је S дио конуса $z=\sqrt{x^2+y^2}$ који се налази унутар цилиндра $x^2+y^2=2ax$ $(a>0)$.

5. Показати да диференцијална једначина

$$y(1+xy)dx - xdy = 0$$

има интеграциони фактор облика $\lambda = \lambda(y)$ па затим наћи њено опште рјешење.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 2, 3, 4, 5
ПИСМЕНИ ИСПИТ: задаци 1, 2, 3, 4, 5

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2

13.09.2011.

1. Израчунати интеграл $\displaystyle\int_0^1 x(\operatorname{arctg} x)^2\,dx$.

2. Одредити екстреме функције $z = x^2y(6-x-y)$ на троуглу чија су тјемена $(0,0)$, $(5,0)$ и $(0,5)$.

3. Израчунати запремину тијела ограниченог равнима $y=0$, $z=0$, $z=x$ и цилиндром $x^2+y^2=2x$.

4. Израчунати криволинијски интеграл $\displaystyle\oint_L zdx + xdy + ydz$, ако је L пресјечна крива сфере $x^2+y^2+z^2=1$ и равни $x+y=1$.

5. Наћи опште рјешење диференцијалне једначине $y'\sin x\cos x = y + \cos x$.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 2, 3, 4, 5
ПИСМЕНИ ИСПИТ: задаци 1, 2, 3, 4, 5

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2

14.07.2011.

1. Израчунати неодређени интеграл $\displaystyle\int x^4 \sqrt{3-x^2}\, dx$.

2. Одредити екстреме функције $u = x^2 + 2y^2 + 3z^2$ под условима $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $x + 2y + 3z = 0$.

3. Израчунати двојни интеграл

$$\iint_D \arcsin \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\, dxdy$$

ако је D област у првом квадранту ограничена $x-$осом и кружницама $x^2 + y^2 = x$ и $x^2 + y^2 = 2x$.

4. Израчунати површински интеграл

$$\iint_S 2dxdy + ydxdz - x^2 zdydz$$

ако је S спољашња страна дијела елипсоида $4x^2 + y^2 + 4z^2 = 1$ у првом октанту.

5. Наћи опште рјешење диференцијалне једначине $y'' + 3y' + 2y = \dfrac{1}{1+e^x}$.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 2, 3, 4, 5
ПИСМЕНИ ИСПИТ: задаци 1, 2, 3, 4, 5

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2

27.06.2011.

1. Израчунати неодређени интеграл $\displaystyle\int \frac{dx}{(2+\cos x)\sin x}$.

2. Наћи удаљеност тачке $(0,3,3)$ од кружнице $x^2+y^2+z^2=1,\ x+y+z=1$.

3. Израчунати двојни интеграл

$$\iint_D \sqrt{|x^2-y|}\,dxdy$$

ако је D квадрат задат неједнакостима $-1 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 2$.

4. Израчунати површински интеграл

$$\iint_S xyz(xdydz+ydzdx+zdxdy)$$

ако је S спољашња страна дијела сфере $x^2+y^2+z^2=a^2$ у првом октанту.

5. Показати да диференцијална једначина $x^2(x+1)y''-2y=0$ има партикуларно рјешење облика $y_1 = a + \dfrac{b}{x}$, па затим одредити њено опште рјешење.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 2, 3, 4, 5
ПИСМЕНИ ИСПИТ: задаци 1, 2, 3, 4, 5

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2

ДОМАЋА ЗАДАЋА, јуни 2011.

1. Израчунати несвојствени интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{x \ln x}{(1+x^2)^3}\, dx.$$

2. Одредити екстреме функције $f(x,y) = xy + yz + zx - 2xyz$ на троуглу чија су тјемена $(1,0,0)$, $(0,1,0)$ и $(0,0,1)$.

3. Наћи запремину тијела ограниченог са површи $(x^2+y^2+z^2)^3 = 3xyz$.

4. Дато је векторско поље

$$\overrightarrow{a} = \frac{x}{1+x^2+y^2}\overrightarrow{i} + \frac{y}{1+x^2+y^2}\overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}.$$

а) Израчунати циркулацију векторског поља $\overrightarrow{a}$ дуж пресјечне криве цилиндра $x^2+y^2 = ax$ и сфере $x^2+y^2+z^2 = a^2$ у првом октанту.

б) Израчунати флукс векторског поља $\overrightarrow{a}$ кроз спољашњу страну затворене површи ограничене цилиндром $x^2+y^2=1$, параболоидом $z = x^2+y^2$ и равни $z=0$.

5. Наћи опште рјешење диференцијалне једначине

$$(1+x)y'' + xy' - y = e^x(1+x)^2.$$

(*Упутство*: Потражити партикуларно рјешење хомогене диференцијалне једначине у облику полинома првог степена или експоненцијалне функције $y_1 = e^{mx}$.)

◇ *Сваки задатак вриједи 1 бод*
◇ *Бодови вриједе само у јунско-јулском испитном року*
◇ *Уз рјешење сваког задатка обавезно навести и текст задатка*

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2

13.04.2011.

1. Израчунати неодређени интеграл

$$\int \frac{1}{(1+x)\sqrt{1+x-x^2}}\,dx.$$

2. Израчунати одређени интеграл

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{x\cos x}{\sin^3 x}\,dx.$$

3. Израчунати површину фигуре ограничене кружницом $x^2+y^2=16$ и параболом $y^2=6x$.

4. Функција $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ је дефинисана са $f(0,0)=0$ и $f(x,y)=\dfrac{x^2y}{x^2+y^2}$, ако је $(x,y)\neq(0,0)$.

а) Показати да је функција f непрекидна у тачки $(0,0)$ и да у тој тачки има оба парцијална извода.

б) Испитати диференцијабилност функције f у тачки $(0,0)$.

5. Израчунати двојни интеграл

$$\iint_D (x+y)\,dxdy$$

ако је D област ограничена параболом $y^2=2x$ и правама $x+y=4$ и $x+y=12$.

6. Израчунати

$$\oint_L ydx+zdy+xdz,$$

ако је L пресјечна крива равни $x+z=2$ и цилиндра $x^2+y^2=4$.

7. Показати да диференцијална једначина

$$xy''-(x+1)y'-2(x-1)y=0$$

има партикуларно рјешење облика $y_1=e^{mx}$, па затим одредити њено опште рјешење.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 1, 2, 3, 4
ПИСМЕНИ ИСПИТ: задаци 1, 4, 5, 6, 7

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2

18.02.2011.

1. Израчунати интеграл

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2-1}} \ .$$

2. Одредити локалне екстреме функције

$$f(x,y) = (x+y)e^{-x^2-y^2}.$$

3. Израчунати тројни интеграл

$$\iiint_T (x^2+y^2+z^2)\, dxdydz$$

ако је T тијело ограничено параболоидом $x^2+y^2=2z$ и равни $z=1$.

4. Израчунати криволинијски интеграл

$$\oint_L (y-z)dx + (z-x)dy + (x-y)dz,$$

ако је L пресјечна крива цилиндра $x^2+y^2=4$ и равни $x+z=2$.

5. Одредити опште рјешење диференцијалне једначине

$$xy' - 2x^2\sqrt{y} = 4y.$$

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2

ДОМАЋА ЗАДАЋА, јун 2010.

1. Израчунати неодређени интеграл

$$\int \frac{xe^{\operatorname{arctg} x}}{(1+x^2)^{3/2}}\, dx.$$

2. Израчунати површину фигуре ограничене кривом $x^4 + y^4 = x^2 + y^2$.

3. Одредити екстреме функције $f(x,y) = xy + yz + zx - 2xyz$ на троуглу чија су тјемена $(1,0,0)$, $(0,1,0)$ и $(0,0,1)$.

4. Наћи запремину тијела ограниченог са површи $(x^2+y^2+z^2)^2 = x^2+y^2$.

5. Наћи површину дијела сфере $x^2+y^2+z^2 = 1$ који се налази унутар цилиндра $x^2+y^2 = x$.

6. Израчунати површински интеграл

$$\int\int_S xzdydz + x^2ydzdx + y^2zdxdy$$

ако је S спољашња страна затворене површи састављене од параболоида $z = x^2+y^2$, цилиндра $x^2+y^2 = 1$ и равни $z = 0$.

7. Наћи у облику полинома првог степена партикуларно рјешење диференцијалне једначине

$$(x^3-1)y' = 2xy^2 - x^2y - 1,$$

па затим одредити њено опште рјешење.

8. Наћи опште рјешење диференцијалне једначине

$$(1+x)y'' + xy' - y = e^x(1+x)^2.$$

(*Упутство*: Потражити партикуларно рјешење хомогене диференцијалне једначине у облику полинома првог степена или експоненцијалне функције $y_1 = e^{mx}$.)

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2 16.04.2010.

1. Израчунати неодређени интеграл

$$\int \frac{dx}{(x^2+4)\sqrt{1-x^2}}\,.$$

2. Израчунати одређени интеграл $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \mathrm{tg}^6 x\,dx.$

3. Израчунати запремину тијела које настаје ротацијом око $x-$осе графика функције $y = \dfrac{\sqrt{x-x^2}}{1+x^2}\,.$

4. Испитати непрекидност, постојање парцијалних извода и диференцијабилност функције $f(x,y) = \sqrt[3]{x^3+y^3}$ у тачки $(0,0)$.

5. Израчунати запремину тијела ограниченог параболоидом $z = x^2+y^2$, цилиндрима $x^2+y^2 = x\,,\ x^2+y^2 = 2x$ и равни $z = 0$.

6. Израчунати криволинијски интеграл

$$\oint_C (y^2+z^2)dx + (z^2+x^2)dy + (x^2+y^2)dz,$$

ако је C пресјечна крива сфере $x^2+y^2+z^2 = 4x$ и цилиндра $x^2+y^2 = 2x$ $(z > 0)$.

7. Ријешити диференцијалну једначину

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}\,.$$

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 1, 2, 3, 4
ИНТЕГРАЛНИ ИСПИТ: задаци 1, 4, 5, 6, 7

UNIVERZITET U ISTOQNOM SARAJEVU
ELEKTROTEHNIQKI FAKULTET

Математика 2 5.02.2010.

1. Izraqunati integral

$$\int_0^{+\infty} \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2}\, dx.$$

2. Odrediti ekstreme funkcije $u = x - 2y + 2z$ pod uslovom $x^2 + y^2 + z^2 = 1.$

3. Izraqunati zapreminu tijela zadatog nejednakostima

$$x^2 + y^2 \leq z \leq \sqrt{2 - x^2 - y^2}\,.$$

4. Izraqunati krivolinijski integral

$$\oint_L zdx + xdy + ydz,$$

ako je L presjeqna kriva cilindra $x^2 + y^2 = 1$ i ravni $y + z = 1$.

5. Na i u obliku polinoma prvog stepena partikularno rjexe e diferencijalne jednaqine

$$(x^3 - 1)y' = 2xy^2 - x^2y - 1,$$

pa zatim odrediti eno opxte rjexe e.

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2

20.10.2009.

1. Израчунати интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{(1+x)^2}\, dx.$$

2. Одредити екстреме функције $z = x^2 + 24xy + 8y^2$ на кружници $x^2 + y^2 = 1$.

3. Израчунати запремину тијела ограниченог са површи $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = 4x$.

4. Израчунати криволинијски интеграл

$$\oint_L y dx + z dy + x dz,$$

ако је L пресјечна крива сфере $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ и равни $x + y = 1$.

5. Наћи опште рјешење диференцијалне једначине

$$y' \sin x \cos x = y + \cos x,$$

па затим одредити њено партикуларно рјешење које је ограничено кад $x \to \pi/2$.

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2 21.09.2009.

1. Израчунати одређени интеграл

$$\int_1^2 \frac{dx}{1+\sqrt{2x-x^2}}.$$

2. Одредити минималну вриједност функције $f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$ под условом $(x+y)^2+z=1$.

3. Израчунати запремину тијела ограниченог површима $x^2+y^2=x$, $x^2+y^2=2x$, $z=x^2+y^2$ и равни $z=0$.

4. Израчунати флукс векторског поља $\overrightarrow{a}=x^2z\,\overrightarrow{i}+y\,\overrightarrow{j}+z\,\overrightarrow{k}$ кроз спољашњу страну затворене површи ограничене координатним равнима и дијелом сфере $x^2+y^2+z^2=1$ у првом октанту.

5. Наћи опште рјешење диференцијалне једначине

$$(1+x)y''+xy'-y=e^x(1+x)^2.$$

(*Упутство*: Потражити партикуларно рјешење хомогене диференцијалне једначине у облику полинома првог степена или експоненцијалне функције $y_1=e^{mx}$.)

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2

8.09.2009.

1. Израчунати одређени интеграл

$$\int_0^1 \frac{x^2}{1+x^2} \operatorname{arctg} x \, dx.$$

2. Одредити тачку равни $x + 2y + 3z = 14$ за коју је збир квадрата растојања до тјемена коцке $[-1, 1]^3$ минималан.

3. Израчунати запремину тијела одређеног неједнакостима

$$(z-1)^2 \leq x^2 + y^2, \ \ x^2 + y^2 \leq y, \ \ x^2 + y^2 \leq x\sqrt{3}.$$

4. Израчунати криволинијски интеграл

$$\oint_L (y^2 + z^2)dx + (z^2 + x^2)dy + (x^2 + y^2)dz,$$

ако је L пресјечна крива цилиндра $x^2 + y^2 = 2x$ и полусфере $z = \sqrt{4x - x^2 - y^2}$.

5. Наћи опште рјешење диференцијалне једначине

$$y'' - y = \frac{e^x}{1 + e^x}.$$

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2 6.07.2009.

1. Израчунати неодређени интеграл

$$\int \frac{x\sqrt[3]{x+2}}{x+\sqrt[3]{x+2}}\,dx.$$

2. Одредити екстреме функције $f(x,y) = \cos x + \cos y + \sin(x+y)$ на квадрату $\{(x,y):\ 0 \le x \le \pi/2,\ 0 \le y \le \pi/2\}$.

3. Израчунати површину фигуре ограничене кривом $(x^2+y^2)^2 = x^3$.

4. Израчунати флукс векторског поља $\overrightarrow{a} = x^2\overrightarrow{i} + y^2\overrightarrow{j} + z^2\overrightarrow{k}$ кроз спољашњу страну конуса $x^2+y^2=z^2$ $(0 \le z \le 1)$.

5. Показати да диференцијална једначина

$$x^2y' + x^2y^2 + xy = 4$$

има партикуларно рјешење облика $y_1 = a/x$, па затим одредити њено опште рјешење.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ : задаци 2, 3, 4, 5
ИНТЕГРАЛНИ ИСПИТ : задаци 1, 2, 3, 4, 5

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2

19.05.2009.

1. Лук криве $y = \dfrac{|x|}{1+x^2}$ у интервалу између двије тачке максимума ротира око $x-$осе. Наћи запремину добијеног обртног тијела.

2. Одредити екстреме функције $f(x,y) = \sin x + \cos y + \cos(x-y)$ на квадрату $\{(x,y):\ 0 \leq x \leq \pi/2,\ 0 \leq y \leq \pi/2\}$.

3. Израчунати двојни интеграл $\displaystyle\int\int_D (x+y)\,dx\,dy$, ако је D круг задат неједначином $x^2+y^2 \leq x+y$.

4. Израчунати флукс векторског поља $\overrightarrow{a} = x^3\overrightarrow{i} + y^3\overrightarrow{j} + z^3\overrightarrow{k}$ кроз спољашњу страну дијела сфере $x^2+y^2+z^2=1$ у првом октанту.

5. Показати да диференцијална једначина

$$xy'' - (x+1)y' - 2(x-1)y = 0$$

има партикуларно рјешење облика $y_1 = e^{mx}$, па затим одредити њено опште рјешење.

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2 16.04.2009.

1. Израчунати неодређени интеграл $\displaystyle\int x^3 \ln(1+x^3)\, dx$.

2. Израчунати одређени интеграл $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \operatorname{tg}^4 x\, dx$.

3. Функција $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ је дефинисана са $f(0,0) = 0$ и $f(x,y) = \dfrac{x^2 y}{x^2+y^2}$, ако је $(x,y) \neq (0,0)$.

а) Показати да је функција f непрекидна у тачки $(0,0)$ и да у тој тачки има оба парцијална извода.

б) Испитати диференцијабилност функције f у тачки $(0,0)$.

4. Израчунати двојни интеграл $\displaystyle\int\int_D |xy|\, dx\, dy$, ако је D област задата неједнакостима $1 \leq x^2 + y^2 \leq 2x$.

5. Израчунати флукс векторског поља $\overrightarrow{a} = x^3 \overrightarrow{i} + y^3 \overrightarrow{j} + z^3 \overrightarrow{k}$ кроз спољашњу страну дијела сфере $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ у првом октанту.

6. Дата је диференцијална једначина $(e^x + 1)y'' - 2y' - e^x y = 0$.

а) Показати да дата једначина има партикуларно рјешење облика $y_1 = e^x + a$.

б) Наћи опште рјешење дате једначине.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 1, 2, 3
ИНТЕГРАЛНИ ИСПИТ : задаци 2, 3, 4, 5, 6

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2 19.10.2007.

1. Израчунати интеграл
$$\int \frac{x^2-1}{x^2+1}\,\mathrm{arctg} x\,dx.$$

2. Одредити екстреме функције $z = 2x^2 + 12xy + y^2$ на кружници $x^2 + 4y^2 = 25$.

3. Израчунати запремину тијела ограниченог површима
$$z = x^2 + y^2, \;\; x^2 + y^2 = x, \;\; x^2 + y^2 = 2x \;\text{ и }\; z = 0.$$

4. Израчунати интеграл
$$\int\int_S \frac{dx\,dy}{z}\,,$$
ако је S горња страна полусфере $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}\,$.

5. Одредити опште рјешење диференцијалне једначине
$$y'' + 2xy' + (x^2+1)y = 0,$$
ако је познато да она има партикуларно рјешење облика $y_1 = e^{ax^2}$,
гдје је a нека константа.

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Математика 2

10.07.2007.

1. Израчунати $\int \ln(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x})\,dx$.

2. Израчунати

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{3+2\cos x}\,.$$

3. Израчунати површину фигуре ограничене кривом $y^2 = x^3 - x^4$.

4. Функција $f(x,y)$ је дефинисана са $f(0,0) = 0$ и $f(x,y) = xy\dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$, ако је $(x,y) \neq (0,0)$. Показати да функција f има у тачки $(0,0)$ оба мјешовита парцијална извода другог реда, и да су они различити.

5. Одредити екстреме функције $z = x^2 + y^2 - 12x + 16y$ на кругу $x^2 + y^2 \leq 25$.

6. Израчунати запремину тијела ограниченог површима $z = x^2 + y^2$ и $z = x + y$.

7. Израчунати

$$\oint_L ydx + zdy + xdz,$$

ако је L пресјечна крива равни $x + z = 2$ и цилиндра $x^2 + y^2 = 4$.

8. Дата је диференцијална једначина $y' - 2xy + y^2 = 5 - x^2$.

а) Наћи у облику полинома првог степена партикуларно рјешење дате једначине.

б) Наћи опште рјешење дате једначине.

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 1, 2, 3, 4
ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ: задаци 5, 6, 7, 8
ИНТЕГРАЛНИ ИСПИТ : задаци 1, 2, 4 или 5, 6, 7, 8