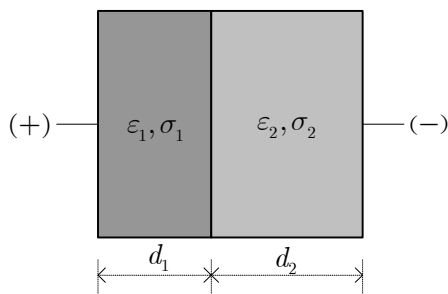


2. СТАЦИОНАРНО СТРУЈНО ПОЉЕ

Примјер 2.1

Диелектрик плочастог кондензатора састоји се од два слоја дебљина d_1 и d_2 , диелектричних константи ε_1 и ε_2 , специфичних проводности σ_1 и σ_2 . Кондензатор је прикључен на напон U . Одредити интензитете вектора $\mathbf{E}$, $\mathbf{D}$ и $\mathbf{J}$ у оба слоја, као и површинске густине слободних и везаних наелектрисања на све три граничне површине. Ивични ефекат занемарити, [206].



Слика 2.1

Рјешење:

Проводност слојева диелектрика није занемарива. Кроз кондензатор ће тећи једносмјерна струја. Струјнице су нормалне на све три граничне површине. Вектор густине струје $\mathbf{J}$ је исти у свим тачкама кондензатора.

$$\mathbf{E}_1 = \frac{\mathbf{J}}{\sigma_1}, \quad \mathbf{E}_2 = \frac{\mathbf{J}}{\sigma_2}, \quad U = \int_0^{d_1} E_1 dx + \int_{d_1}^{d_1+d_2} E_2 dx = E_1 d_1 + E_2 d_2.$$

Из претходне три једначине добијамо:

$$J = \frac{\sigma_1 \sigma_2 U}{d_1 \sigma_2 + d_2 \sigma_1}, \quad E_1 = \frac{\sigma_2 U}{d_1 \sigma_2 + d_2 \sigma_1}, \quad E_2 = \frac{\sigma_1 U}{d_1 \sigma_2 + d_2 \sigma_1},$$

$$D_1 = \varepsilon_1 \cdot E_1 = \frac{\varepsilon_1 \sigma_2 U}{d_1 \sigma_2 + d_2 \sigma_1}, \quad D_2 = \varepsilon_2 \cdot E_2 = \frac{\varepsilon_2 \sigma_1 U}{d_1 \sigma_2 + d_2 \sigma_1}.$$

Примијетимо да је $D_1 \neq D_2$, пошто диелектрици нису идеални! Одредимо површинске расподеле слободних наелектрисања:

$$\eta_{s_1} = D_1 = \frac{\varepsilon_1 \sigma_2 U}{d_1 \sigma_2 + d_2 \sigma_1}, \quad \eta_{s_2} = -D_2 = \frac{-\varepsilon_2 \sigma_1 U}{d_1 \sigma_2 + d_2 \sigma_1},$$

$$\eta_{s_{1,2}} = J \left(\frac{\varepsilon_2}{\sigma_2} - \frac{\varepsilon_1}{\sigma_1} \right) = D_2 - D_1 = \frac{\varepsilon_2 \sigma_1 - \varepsilon_1 \sigma_2}{d_1 \sigma_2 + d_2 \sigma_1} U.$$

Одредимо површинске расподеле везаних наелектрисања:

$$\eta_{v_1} = -P_1 = -(\varepsilon_1 - \varepsilon_o) E_1 = -\frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_o) \sigma_2}{d_1 \sigma_2 + d_2 \sigma_1} U,$$

$$\eta_{v_2} = P_2 = (\varepsilon_2 - \varepsilon_o) E_2 = \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_o) \sigma_1}{d_1 \sigma_2 + d_2 \sigma_1} U,$$

$$\eta_{v_{1,2}} = P_1 - P_2 = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_o) \sigma_2 - (\varepsilon_2 - \varepsilon_o) \sigma_1}{d_1 \sigma_2 + d_2 \sigma_1} U.$$

Примјер 2.2

На примјеру тачкастог уземљивача (тачкасти струјни извор) методом аналогије са електростатичким пољем одредити потенцијал у произвољној тачки M . Узимајући умјесто тачкастог уземљивача сферни уземљивач полупречника a одредити његов потенцијал φ_o и отпорност распрострања R , [].

Рјешење:

Ако је r растојање од тачкастог наелектрисања до неке тачке M у његовом пољу, потенцијал у тачки M је:

$$\varphi(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon \cdot r}, \quad \text{уз} \quad \varphi(r \rightarrow \infty) = 0.$$

Ако направимо замјену величина у овом изразу аналогним величинама из стационарног струјног поља, добићемо потенцијал у произвољној тачки у околини тачкастог уземљивача:

$$\varphi(r) = \frac{I}{4\pi\sigma \cdot r}, \quad \text{уз } \varphi(r \rightarrow \infty) = 0. \quad (3.13)$$

Поље и густина струје у околини тачкастог струјног извора су радијални па ће њихов интензитет бити:

$$E(r) = -\frac{\partial\varphi}{\partial r} = \frac{I}{4\pi\sigma \cdot r^2}, \quad J(r) = \frac{I}{4\pi r^2}. \quad (3.14)$$

Ако уземљивач није тачкасти, већ сферни полупречника a , потенцијали у његовој околини и на његовој површини су:

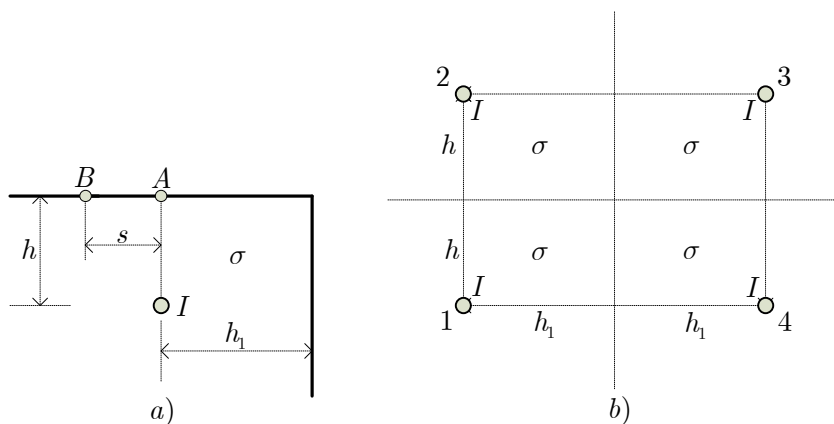
$$\varphi(r) = \frac{I}{4\pi\sigma \cdot r}, \quad \text{уз } \varphi(r \rightarrow \infty) = 0, \quad \varphi_o = \varphi(a) = \frac{I}{4\pi\sigma \cdot a}. \quad (3.15)$$

Слиједи да је **отпор распрострања сферног уземљивача**:

$$R = \frac{\varphi_o}{I} = \frac{1}{4\pi\sigma \cdot a}. \quad (3.16)$$

Примјер 2.3

Извести израз за отпор распрострања уземљивача и напон корака између тачака A и B ако је уземљивач облика металне лопте полупречника a укопан у земљу на дубини h у близини вертикалног дубоког усјека удаљеног од њега за h_1 . Полупречник a је много мањи од растојања h и h_1 . Положај тачака A и B приказан је на слици 2.2, [].



Слика 2.2

Рјешење:

За одређивање отпора распрострањања неопходно је да одредимо потенцијал сферног уземљивача. С обзиром на услове одређене у задатку за одређивање потенцијала можемо користити методу lika у равном огледалу за стационарно струјно поље, слика 2.2 б). Тако ће потенцијал неке тачке простора бити:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4.$$

Видјели смо у примјеру 3.1 да је потенцијал у пољу сферног уземљивача дат изразом:

$$\varphi(r) = \frac{I}{4\pi\sigma \cdot r}.$$

Ако узмемо тачку на површини уземљивача “1”:

$$\varphi_1 = \frac{I}{4\pi\sigma \cdot a}, \quad \varphi_2 = \frac{I}{4\pi\sigma \cdot 2h}, \quad \varphi_3 = \frac{I}{2 \cdot 4\pi\sigma \cdot \sqrt{h^2 + h_1^2}}, \quad \varphi_4 = \frac{I}{4\pi\sigma \cdot 2h_1}.$$

$$\varphi_o = \frac{I}{8\pi\sigma} \left(\frac{2}{a} + \frac{1}{h} + \frac{1}{h_1} + \frac{1}{\sqrt{h^2 + h_1^2}} \right), \quad R = \frac{\varphi_o}{I} = \frac{1}{8\pi\sigma} \left(\frac{2}{a} + \frac{1}{h} + \frac{1}{h_1} + \frac{1}{\sqrt{h^2 + h_1^2}} \right).$$

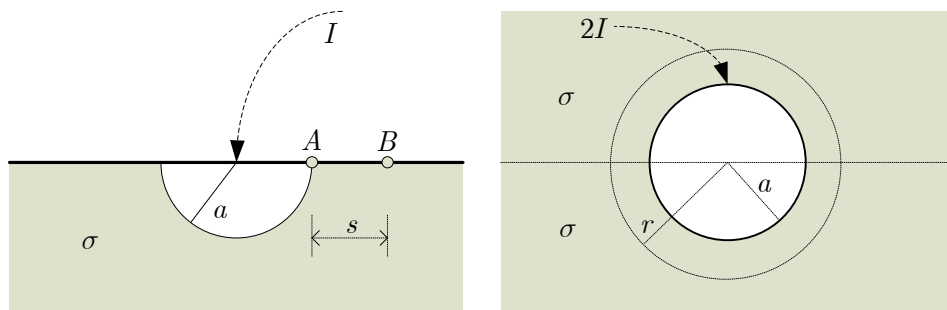
Одредимо сада потенцијал у тачкама А и В :

$$\varphi_A = \frac{I}{2\pi\sigma} \left(\frac{1}{h} + \frac{1}{\sqrt{h^2 + 4h_1^2}} \right), \quad \varphi_B = \frac{I}{2\pi\sigma} \left(\frac{1}{\sqrt{h^2 + s^2}} + \frac{1}{\sqrt{h^2 + (2h_1 + s)^2}} \right).$$

Напон корака између тачака А и В дат је са: $U = \varphi_A - \varphi_B$.

Примјер 2.4

Одредити отпор распрострањања уземљивача облика металне полусфере полу-пречника а, као на слици 2.3. Одредити напон корака између приказаних тачака А и В, [].



Слика 2.3

Рјешење:

Струјне линије око оваквог уземљивача, у дијелу који је у проводној средини, распростиру се радијално. Слика поља се неће промијенити ако узмемо читаву сферу у проводној средини доводећи јој струју $2I$ да би густина струје остала непромијењена. Овако се добија симетричан систем.

$$J_r = \frac{I}{2\pi \cdot r^2}.$$

Функцију потенцијала одредићемо из градијента у сферним координатама:

$$\varphi = - \int E \cdot dr = \int \frac{-I}{2\pi\sigma \cdot r^2} \cdot dr = \frac{I}{2\pi\sigma \cdot r} + C_1.$$

Константа C_1 мора бити нула пошто је потенцијал у бесконачности једнак нули. Коначно, потенцијали тачака A и B и напон корака бити:

$$\varphi_A = \frac{I}{2\pi\sigma \cdot a}, \quad \varphi_B = \frac{I}{2\pi\sigma \cdot (a + s)}, \quad U_k = \varphi_A - \varphi_B.$$

Примјер 2.5

Танак бакарни двожицни вод, полупречника проводника a , укопан је испод равне површине земље специфичне проводности σ . Израчунати подужну одводност вода, ако је исти прикључен на константни напон U , [].

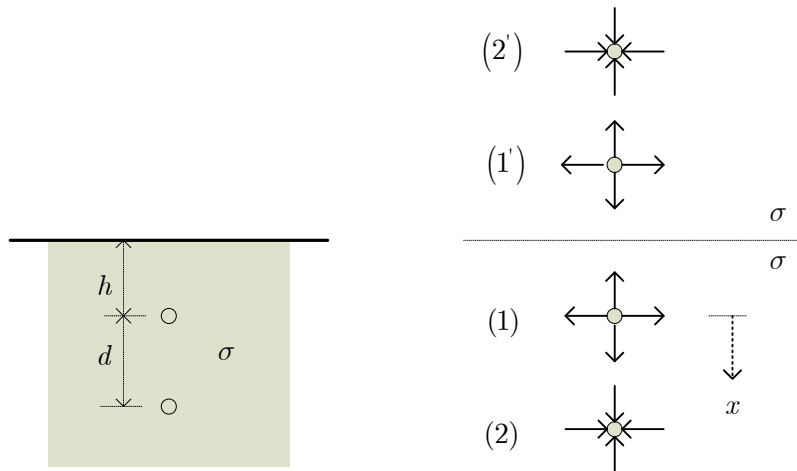
Рјешење:

У земљи постоји струја одводности чију расподелу одређујемо теоремом лика у равном огледалу. Означимо са I'_d подужну гуштину струје одводности. Вектор густине струје свих проводника дат је са:

$$\mathbf{J} = \pm \frac{I'_d}{2r\pi} \hat{\mathbf{r}},$$

гдје је r растојање од осе проводника. Суперпонирањем ових вектора и интеграциом резултантног вектора јачине електричног поља од површи проводника (1) до површи проводника (2) дуж x -осе добијамо:

$$J_x = - \frac{I'_d}{2\pi (d + 2h + x)} + \frac{I'_d}{2\pi (2h + x)} + \frac{I'_d}{2\pi x} + \frac{I'_d}{2\pi (d - x)},$$



Слика 2.4

$$E_x = \frac{J_x}{\sigma} = \frac{I'_d}{2\pi\sigma} \left(-\frac{1}{(d+2h+x)} + \frac{1}{(2h+x)} + \frac{1}{x} + \frac{1}{(d-x)} \right),$$

$$U_{12} = \frac{I'_d}{2\pi\sigma} \int_a^{d-a} \left(-\frac{1}{(d+2h+x)} + \frac{1}{(2h+x)} + \frac{1}{x} + \frac{1}{(d-x)} \right) dx,$$

$$U_{12} = \frac{I'_d}{2\pi\sigma} \left[\ln \frac{(d+2h)^2}{4h(d+h)} \right], \quad G' = \frac{I'_d}{U_{12}} = \frac{2\pi\sigma}{\ln \frac{(d+2h)^2}{4h(d+h)}}.$$

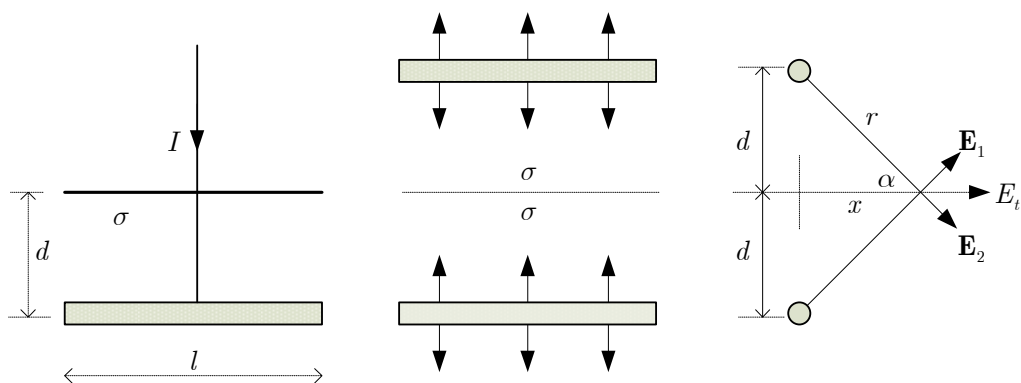
Примјер 2.6

Цилиндрични савршено проводни уземљивач, полупречника a и дужине l , укопан је у хомогену земљу специфичне проводности σ тако да му је оса на дубини d , ($d \gg a$). Струја уземљивача је временски константна, јачине I . Одредити максимални напон корака. Занемарити неравномјерност расподеле струје у земљи услед утицаја крајева уземљивача, [].

Рјешење:

Из једначине континуитета имамо:

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = I, \Rightarrow \quad \mathbf{J} = \frac{I}{2\pi lr} \hat{\mathbf{r}}, \Rightarrow \quad \mathbf{E} = \frac{I}{2\pi l r \sigma} \hat{\mathbf{r}}.$$



Слика 2.5

$$E_t = 2 \frac{I}{2\pi l \sigma} \cdot \frac{1}{r} \cos \alpha = \frac{I}{\pi l \sigma} \cdot \frac{x}{x^2 + d^2}, \Rightarrow \frac{dE_t}{dx} = 0, \Rightarrow x = \pm d,$$

$$E_{t,\max} = \frac{I}{\pi l \sigma} \frac{\pm d}{2d^2} = \pm \frac{I}{2\pi l \sigma \cdot d}.$$

Максимални напон корака је $U_k \approx E_{t,\max} \cdot s$, гдје је s дужина корака.

Примјер 2.7

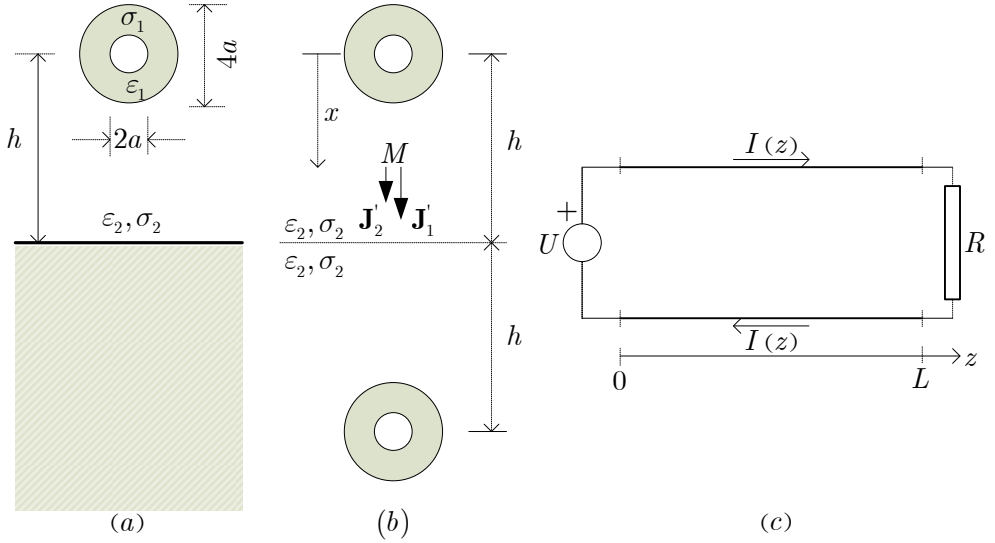
На слици је приказан попречни пресјек вода дужине L који чине жичани проводник полупречника a и проводна равна. Растојање осе жичаног проводника од равни је h ($a < h$). Око жичаног проводника постоји слој несавршеног диелектрика параметара ϵ_1, σ_1 , дебљине a . Преостали дио простора између проводника испуњен је несавршеним диелектриком параметара ϵ_2, σ_2 . Специфична проводност проводника је много већа од σ_1 и σ_2 . Вод је на једном крају прикључен на генератор временски константног напона U , а на другом затворен отпорником отпорности R . Одредити: (а) подужну одводност вода, (б) јачину струје дуж жичаног проводника, (ц) густину слободног површинског наелектрисања на раздвојној површи диелектрика, [].

Рјешење:

Пресликамо жичани проводник и његову диелектричну облогу. Да би сачували исту густину струје одводности овако добијен еквивалентни вод напајамо са $2U$.

(a)

Означимо са I'_{od} подужну густину струје одводности. Интензитет резултантног вектора густине струје у тачки M је:



Слика 2.6

$$J' = J'_1 + J'_2 = \frac{I'_{od}}{2\pi} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2h-x} \right), \quad E_1 = \frac{J}{\sigma_1}, \quad E_2 = \frac{J}{\sigma_2}, \quad \Rightarrow$$

$$2U = \int_a^{2a} \frac{J'}{\sigma_1} dx + \int_{2a}^{2h-2a} \frac{J'}{\sigma_2} dx + \int_{2h-2a}^{2h-a} \frac{J}{\sigma_1} dx,$$

$$2U = \frac{I'_{od}}{\pi} \left(\frac{1}{\sigma_1} \ln 2 + \frac{1}{\sigma_1} \ln \frac{2h-a}{2(h-a)} + \frac{1}{\sigma_2} \ln \frac{h-a}{a} \right),$$

$$2U \approx \frac{I'_{od}}{\pi} \left(\frac{1}{\sigma_1} \ln 2 + \frac{1}{\sigma_2} \ln \frac{h}{a} \right).$$

Подужну одводност вода одређујемо из:

$$G' = \frac{I'_{od}}{U} \approx \frac{2\pi}{\left(\frac{1}{\sigma_1} \ln 2 + \frac{1}{\sigma_2} \ln \frac{h}{a} \right)}.$$

(б)

Јачина струје дуж проводника је: $I(z) = G'(L - z) \cdot U + \frac{U}{R}$.

(ц)

Пошто су све средине хомогене густина слободног запреминског наелектрисања је свуда једнака нули.

Из граничног услова вектора електричне индукције добијамо густине слободног површинског наелектрисања на површинама проводник-диелектрик и диелектрик-диелектрик:

$$E_1 = \frac{J}{\sigma_1}, \quad D_1 = \varepsilon_1 E_1 = \frac{\varepsilon_1}{\sigma_1} J = \frac{\varepsilon_1}{\sigma_1} \cdot \frac{I'_{od}}{2\pi} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2h - x} \right),$$

$$D_1(x) = \frac{\varepsilon_1}{\sigma_1} \cdot \frac{G'U}{2\pi} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2h - x} \right), \quad a \leq x \leq 2a,$$

Слично:

$$D_2(x) = \frac{\varepsilon_2}{\sigma_2} \cdot \frac{G'U}{2\pi} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2h - x} \right), \quad 2a \leq x \leq 2(h - a).$$

Густина слободног површинског наелектрисања на површини проводник-диелектрик је:

$$\eta_s = D_1(a) = \frac{\varepsilon_1}{\sigma_1} \cdot \frac{G'U}{2\pi} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{2h - a} \right), \quad \eta_s = D_1(a) \approx \frac{\varepsilon_1 G'U}{2\pi a \sigma_1}.$$

Густина слободног површинског наелектрисања на површини диелектрик-диелектрик:

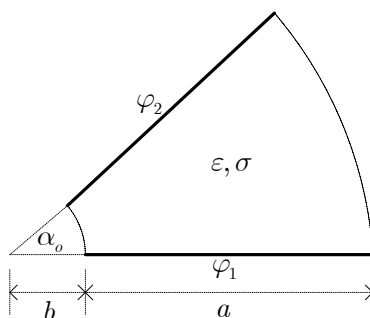
$$\eta_{s,12} = D_2(2a_+) - D_1(2a_-) \approx \frac{G'U}{4\pi a} \frac{\varepsilon_2 \sigma_1 - \varepsilon_1 \sigma_2}{\sigma_1 \sigma_2}.$$

Примјер 2.8

Диелектрик између косо постављених плоча кондензатора није идеалан, него посједује коначну специфичну проводност σ . Плоче су квадратног облика страница a . Потенцијали плоча су φ_1 и φ_2 . Одредити интензитет струје која протиче кроз кондензатор. Ивични ефекат занемарити, [].

Рјешење:

У цилиндричном систему координата $\varphi = \varphi_\theta$.



Слика 2.7

$$\Delta\varphi=0, \quad \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} = 0, \quad \varphi = C_1 \theta + C_2.$$

$$\text{За } \theta=0, \quad \varphi=\varphi_1, \Rightarrow C_2=\varphi_1.$$

$$\text{За } \theta=\alpha_o, \quad \varphi=\varphi_2, \Rightarrow C_1=\frac{\varphi_2-\varphi_1}{\alpha_o}.$$

$$\varphi(\theta)=\frac{\varphi_2-\varphi_1}{\alpha_o} \theta + \varphi_1, \quad \mathbf{E}=-\text{grad} \varphi, \quad \mathbf{E}=E_r \cdot \hat{\mathbf{r}},$$

$$E_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = \frac{\varphi_1-\varphi_2}{\alpha_o} \cdot \frac{1}{r}.$$

$$\mathbf{J}=\sigma \cdot \mathbf{E}, \quad J=\sigma \cdot E=\sigma \frac{\varphi_1-\varphi_2}{\alpha_o} \frac{1}{r}.$$

$$I=\int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}=\frac{a \cdot \sigma(\varphi_1-\varphi_2)}{\alpha_o} \int_b^{a+b} \frac{dr}{r}, \Rightarrow I=\frac{a \cdot \sigma(\varphi_1-\varphi_2)}{\alpha_o} \ln \frac{a+b}{b}.$$

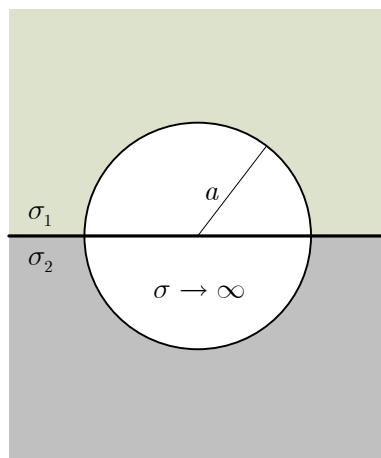
Примјер 2.9

Извести израз за отпор распрострања лоптастог уземљивача укопаног у двослојну земљу. Пресјек система дат је на слици, [].

Рјешење:

На граници двије средине различитих специфичних отпорности важи гранични услов:

$$E_{1t} = E_{2t} = E.$$



Слика 2.8

Због сферне симетрије вектор густине струје има само радијалну компоненту чија је вриједност стална за неки радијус r , те је:

$$J_1 = \sigma_1 \cdot E, \quad J_2 = \sigma_2 \cdot E.$$

Из закона укупне струје рачунамо:

$$I = \oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = \int_{S/2} \mathbf{J}_1 d\mathbf{S} + \int_{S/2} \mathbf{J}_2 d\mathbf{S} = 2\pi r^2 \cdot (\sigma_1 + \sigma_2)E, \Rightarrow$$

$$E = \frac{I}{2\pi r^2 (\sigma_1 + \sigma_2)}.$$

Потенцијал на површини уземљивача је:

$$\varphi_o = \int_a^\infty \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \int_a^\infty E dr = \frac{I}{2\pi (\sigma_1 + \sigma_2)} \int_a^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{I}{2\pi (\sigma_1 + \sigma_2) a}.$$

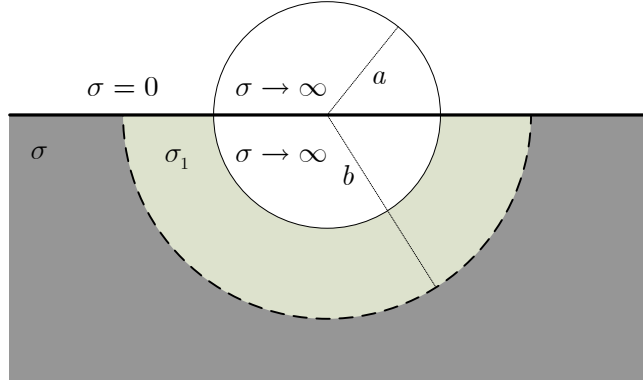
Коначно,

$$R = \frac{\varphi_o}{I} = \frac{1}{2\pi (\sigma_1 + \sigma_2) a}.$$

Примјер 2.10

Уземљење се остварује помоћу идално водљиве сфере полупречника a , до половине укопане у земљу, специфичне проводности σ . Слој земље уз уземљивач

полупречника b има повећану специфичну проводност σ_1 . Израчунати отпорност уземљивача, [].



Слика 2.9

Рјешење:

Примијенимо једначини континуитета по замишљеној сфери полупречника r концентричној уземљивачу. Због потпуне сферне симетрије постоји само радијална компонента вектора густине струје, при чему је у дијелу уземљивача који је у додиру са ваздухом $\mathbf{J} = 0$.

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = \int_{S_o} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} + \int_{S_z} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = J \cdot 2\pi r^2 = I, \quad \Rightarrow \quad J = \frac{I}{2\pi r^2}.$$

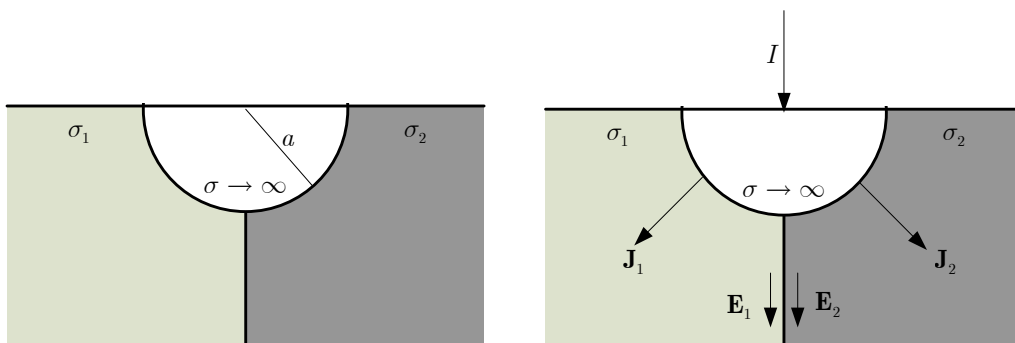
$$E_1 = \frac{J}{\sigma_1} = \frac{I}{2\pi\sigma_1 r^2}, \quad \Rightarrow \quad a \leq r \leq b, \quad E_2 = \frac{J}{\sigma} = \frac{I}{2\pi\sigma r^2}, \quad b \leq r < \infty.$$

$$U = \int_a^\infty \mathbf{E} d\mathbf{r} = \int_a^b \mathbf{E}_1 d\mathbf{r} + \int_b^\infty \mathbf{E}_2 d\mathbf{r} = \frac{I}{2\pi\sigma_1} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + \frac{I}{2\pi\sigma \cdot b}, \quad \Rightarrow$$

$$R_{uz} = \frac{U}{I} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{b-a}{\sigma_1 ab} + \frac{1}{\sigma b} \right).$$

Примјер 2.11

Плусферни уземљивач полупречника a укопан је у земљу која се може представити са двије средине различитих специфичних проводности σ_1 и σ_2 . Израчунати отпорност уземљивача, [].



Слика 2.10

Рјешење:

Струјно поље је радијално у односу на центар уземљивача. Из граничног услова слиједи:

$$E_{1t} = E_{2t} = E = \frac{I}{\pi r^2 \sigma_1} = \frac{I}{\pi r^2 \sigma_2},$$

$$(J_1 + J_2) \pi r^2 = I, \Rightarrow (\sigma_1 E_1 + \sigma_2 E_2) \pi r^2 = I,$$

$$E = \frac{I}{(\sigma_1 + \sigma_2) \pi r^2}.$$

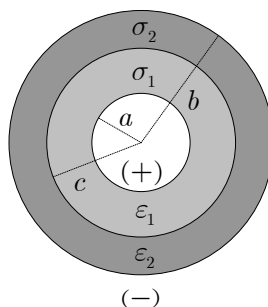
$$\varphi_o = \int_a^\infty \frac{I \cdot dr}{(\sigma_1 + \sigma_2) \pi r^2} = \frac{I}{(\sigma_1 + \sigma_2) \pi a}, \Rightarrow$$

$$R_{uz} = \frac{\varphi_o}{I} = \frac{1}{(\sigma_1 + \sigma_2) \pi a}.$$

—*—

ЗАДАЦИ ЗА САМОСТАЛАН РАД

1. Диелектрик сферног кондензатора састоји се од два концентрична слоја. Полупречници електрода кондензатора су a и b , а полупречник раздвојне сфере два слоја изолације је c . Диелектрична константа слоја уз унутрашњу электроду је ε_1 , а уз спољашњу ε_2 . Специфичне проводности слојева су веома мале, али коначне и једнаке σ_1 и σ_2 . Ако је кондензатор прикључен на напон U , одредити векторе $\mathbf{E}$, $\mathbf{D}$ и $\mathbf{J}$ у кондензатору, као и површинске густине слободних и везаних наелектрисања на све три раздвојне површине, [].



Слика 2.11

Резултат:

$$J = \frac{U}{r^2 \cdot \left(\frac{c-a}{ac\sigma_1} + \frac{b-c}{cb\sigma_2} \right)},$$

$$E_1 = \frac{J}{\sigma_1}, \quad E_2 = \frac{J}{\sigma_2}, \quad D_1 = \varepsilon_1 E_1, \quad D_2 = \varepsilon_2 E_2.$$

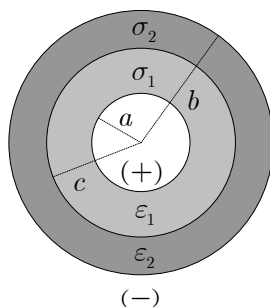
$$\eta_{s_1} = D_1(a_+), \quad \eta_{s_2} = -D_2(b), \quad \eta_{s_{1,2}} = D_2(c_+) - D_1(c_-).$$

$$\eta_{v_1} = -(\varepsilon_1 - \varepsilon_o) \cdot E_1(a), \quad \eta_{v_2} = (\varepsilon_2 - \varepsilon_o) \cdot E_2(b),$$

$$\eta_{v_{1,2}} = (\varepsilon_1 - \varepsilon_o) \cdot E_1(c) - (\varepsilon_2 - \varepsilon_o) \cdot E_2(c).$$

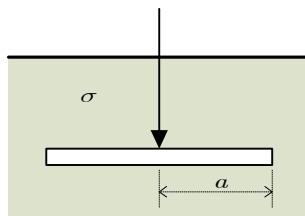
2. Диелектрик у коаксијалном каблу састоји се од два цилиндрична коаксијална слоја. Специфичне проводности слојева нису једнаке нули, већ малим, али коначним вриједностима σ_1 и σ_2 . Полупречник унутрашњег проводника кабла је a , спољашњег b , а раздвојног цилиндра слојева изолације c . Израчунати проводност између проводника кабла по јединици његове дужине, [].

Резултат:
$$G' = \frac{I'}{U} = \frac{2\pi}{\frac{1}{\sigma_1} \ln \frac{c}{a} + \frac{1}{\sigma_2} \ln \frac{b}{c}} = \frac{2\pi}{\ln \left[\left(\frac{c}{a} \right)^{\frac{1}{\sigma_1}} \left(\frac{b}{c} \right)^{\frac{1}{\sigma_2}} \right]}.$$



Слика 2.12

3. Врло танка кружна метална плоча полупречника a закопана је дубоко у земљу. Одредити отпор распрострања уземљивача користећи аналогију електростатичког и стационарног струјног поља. При рачунању капацитивности диска узети да је на његовој површини густина наелектрисања дата са:
 $\eta = Q/4\pi a\sqrt{a^2 - r^2}$, [].

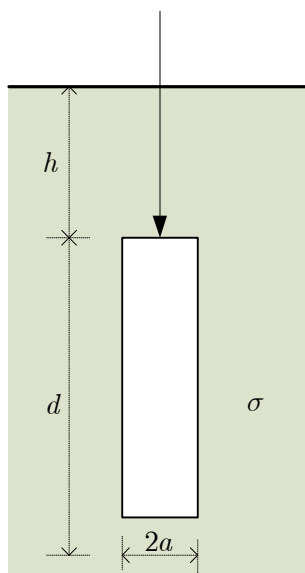


Слика 2.13

Резултат: $R = 1/(8\sigma a)$.

4. Уземљивач облика идеалне проводне цијеви полупречника a и дужине d ($a < d$) укопан је на дубину h од површине земље. Одредити отпор распрострања овог система, [].

Резултат:
$$R = \frac{1}{2\pi\sigma \cdot d} \ln \left(\frac{d}{a} \sqrt{\frac{4h+d}{4h+3d}} \right).$$



Слика 2.14