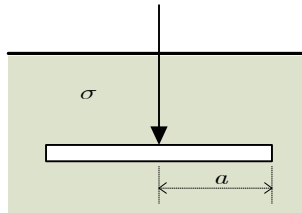
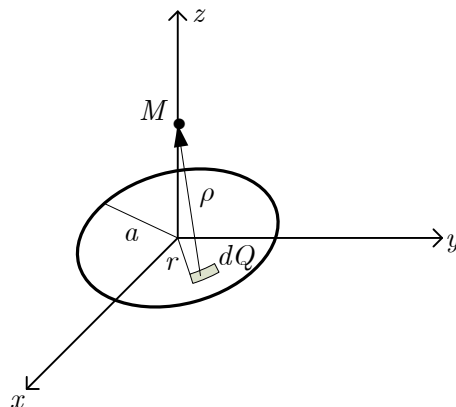


Врло танка кружна метална плоча полупречника a закопана је дубоко у земљу. Одредити отпор распрострања уземљивача користећи аналогију електро-статичког и стационарног струјног поља. При рачунању капацитивности диска узети да је на његовој површини густина наелектрисања дата са:
 $\eta = Q / 4\pi a \sqrt{a^2 - r^2}$.



Рјешење:



Потенцијал на z – оси рачунамо из израза:

$$\varphi_M = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{\eta \cdot dS}{\rho}, \quad dS = 2\pi r \cdot dr, \quad \rho^2 = z^2 + r^2,$$

$$\varphi_M = \frac{Q}{8\pi\epsilon a} \int_0^a \frac{r \cdot dr}{\sqrt{(a^2 - r^2)(z^2 + r^2)}} = \left| \frac{t = z^2 + r^2}{dt = 2rdr} \right| = \frac{Q}{16\pi\epsilon a} \int_{z^2}^{z^2+a^2} \frac{dt}{\sqrt{t(a^2 - t + z^2)}},$$

Нас интересује потенцијал диска, односно у нашем случају $z \rightarrow 0$ па ће потенцијал диска бити:

$$\varphi = \frac{Q}{16\pi\epsilon a} \int_0^{a^2} \frac{dt}{\sqrt{t(a^2-t)}} = \frac{Q}{16\epsilon a} = \frac{Q}{C}, \quad C = 16\epsilon a.$$

Рјешење интеграла:

Ако ставимо смјену $a^2 - t = u^2$, тада је $dt = -2udu$, односно интеграл постаје:

$$\int_0^{a^2} \frac{dt}{\sqrt{t(a^2-t)}} = \int_a^0 \frac{-2udu}{u\sqrt{a^2-u^2}} = 2 \int_0^a \frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}} = 2 \arcsin \left[\frac{u}{a} \right]_0^a = 2 \cdot \frac{\pi}{2} = \pi$$

На основу формалне аналогије која постоји између електростатичког и стационарног струјног поља:

$$G = \frac{\sigma}{\epsilon} C,$$

Добијамо:

$$R = \frac{1}{G} = \frac{\epsilon}{\sigma C} = \frac{1}{16\sigma a}.$$